

BARKODI



REPUBLIKA E SHQIPËRISË
 MINISTRIA E ARSIMIT
 DHE SPORTIT
 QENDRA E SHËRBIMEVE ARSIMORE

OLIMPIADA KOMBËTARE E MATEMATIKËS
 NË ARSIMIN E MESEM TË LARTË

Faza e tretë

Viti shkollor 2021-2022

05 mars 2022

Udhëzime për nxënësin:

- Olimpiada fillon në orën 10.00 dhe mbaron në orën 13.00.
- Testi përmban 5 pyetje.
- Për secilën pyetje është lënë hapësira e nevojshme për të shkruar përgjigjen.
- Faqet e fundit mund të përdoren për llogaritje dhe veprime të tjera.

Për përdorim nga komisioni i vlerësimit

Pyetja	1	2	3	4	5
	10 pikë	10 pikë	10 pikë	10 pikë	10 pikë
Pikët e fituara					

Totali i pikëve të fituara

KOMISIONI I VLERËSIMIT

1.....

2.....

1. Le të jetë dhënë vargu: a_n ku:

$a_0 = -1$, $a_1 = 1$ dhe $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2} + 3^n$. Gjeni termin e përgjithshëm të vargut në terma të n -së. **10 pikë**

2. Një matematikan mendjemadh shkruan n letra, i fut nëpër zarfa dhe i vulos zarfet përpara se të shkruante adresat mbi to. Pastaj ai vendos t'i shkruajë adresat nëpër zarfe në mënyrë të rastësishme. Sa është probabiliteti që asnjë nga adresat nëpër zarfe të mos jetë e saktë? Tregoni matematikisht se ç'ndodh nëse n rritet shumë? **10 pikë**

3. Le të jenë dhënë $a, b, c > 0$. Provoni se:

10 pikë

$$a^a \cdot b^b \cdot c^c \geq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^{a+b+c}$$

4. Të zgjidhet ekuacioni trigonometrik $\sin^5 x + \cos^5 x = 1$, për $x \in [0; 2\pi]$.

10 pikë

5. Përgjysmoret BD dhe CE janë hequr nga kulmet B dhe C të trekëndëshit këndngushtë ABC mbi përgjysmoret e këndeve të brendshëm (përkatësisht) C dhe B dhe i takojnë ato respektivisht në pikat D dhe E . Proveni se DE pret AB dhe AC respektivisht në pikat e tangjencës, F dhe G me rrethin, i cili i brendashkruhet trekëndëshit ABC .

10 pikë

Shënim: Llogaritjet dhe veprimet e kryera në faqet në vazhdim, nuk do të vlerësohen nga komisioni i vlerësimit.

