



REPUBLIKA E SHQIPËRISË  
MINISTRIA E ARSIMIT  
SPORTIT DHE RINISË  
QENDRA E SHËRBIMEVE ARSIMORE

PROVIMI I MATURËS SHTETËRORE 2021  
I DETYRUAR – SESIONI I

SKEMA E VLERËSIMIT

Matematikë(gjimnaz)

VARIANTI A

Përgjigjet për pyetjet me alternativa:

Pyetja	1	2	3	4	7	8	9	12	13	14	15	19	20	21	22	23	24	29	30	31
Alternativa e saktë	A	B	C	A	B	C	C	D	D	D	D	C	B	D	B	B	A	D	B	A

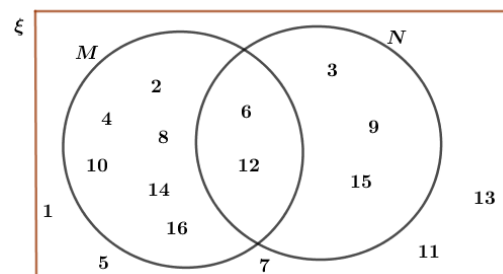
**Shënim:** Nxënësi do të marrë pikë edhe kur në përgjigjen e dhënë, jep një zgjidhje ndryshe nga skema e vlerësimit, por që komisioni i vlerësimit e gjykon të saktë.

Një mënyrë zgjidhjeje për ushtrimet me zhvillim dhe arsyetim

**5/a.**

- 2 pikë nëse plotëson diagramin e Venit.

Diagrami i Venit i plotësuar:



- 1 pikë nëse plotëson njëren nga bashkësitë ose plotëson të dyja bashkësitë dhe nuk plotëson elementët jashtë tyre.
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

### 5/b.

- 1 pikë nëse gjen numrin e elementeve të bashkësisë N.

$$N = \{3; 6; 9; 12; 15\} \Rightarrow n(N) = 5$$

- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

### 5/c.

- 1 pikë nëse gjen prerjen e bashkësive M dhe N.

$$M \cap N = \{6; 12\}$$

- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

### 6.

- 2 pikë nëse përcakton se pohimi është ndonjëherë i vërtetë dhe e shoqëron me shembull.

Pohimi është ndonjëherë i vërtetë.

Shembull:  $P = 5$  dhe  $Q = 5,0$  nga del që  $P = Q$ .

- 1 pikë nëse përcakton se pohimi është ndonjëherë i vërtetë dhe nuk e shoqëron me shembull.
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

### 10.

- 2 pikë nëse gjen shkallën e hartës dhe e paraqet në formën e kërkuar.

Distanca reale është 30 km = 3 000 000 cm. Atëherë kemi:

$$\frac{1}{4} = \frac{x}{3000000} \Rightarrow x = \frac{3000000}{4} = 750000, \text{ atëherë } 1:750000$$

ose:  $4:3000000 = 1:750000 \Rightarrow$  shkalla e hartës është 1 : 750 000.

- 1 pikë nëse kthen distancën në terren në centimetra, dhe nuk e jep shkallën në formën e kërkuar.
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

### 11/a.

- 2 pikë nëse gjen distancën midis dy anijeve A dhe B.

Për të gjetur distancën midis dy anijeve A dhe B, përdorim teoremën e kosinuit në trekëndëshin ABC. Kemi:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos 120^\circ$$

$$AB^2 = 90^2 + 80^2 - 2 \cdot 90 \cdot 80 \cdot \cos 120^\circ = 8100 + 6400 + 7200 = 21700 \Rightarrow AB = 10\sqrt{217} \approx 147 \text{ km}$$

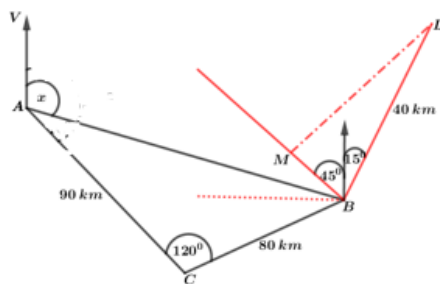
- 1 pikë nëse shkruan vetëm formulën e teoremës së kosinuit.
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

### 11/b.

- 2 pikë nëse gjen distancën e kërkuar.

Anija B lundron nga pozicioni i saj në mesditë sipas drejtimit BM, dhe për të qenë në distancën e saj

më të afërt me farin L duhet që  $LM \perp BM$ . Atëherë, kemi:  $BM = LB \cdot \cos 60^\circ = 40 \cdot \frac{1}{2} = 20 \text{ km}$ .



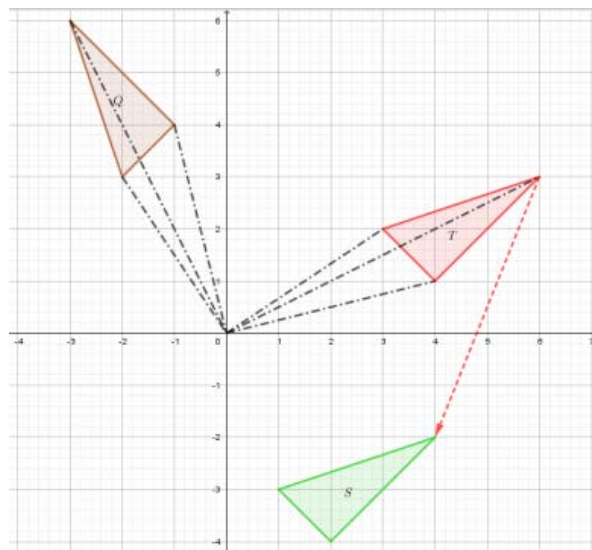
- 1 pikë nëse tregon vetëm pozicionin që duhet të ketë anija në mesditë për të gjetur distancën e kërkuar ose ndërton këndin e lëvizjes.
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

### 16/a.

- 1 pikë nëse tregon shndërrimin e kërkuar

Shndërrimi i vetëm që shndërron figurën Q në figurën T është rrotullimi me qendër pikën O dhe kënd  $90^\circ$  në kahun orar.

- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.



### 16/b.

- 1 pikë nëse ndërton shembëllimin e kërkuar

Trekëndëshi S është shembëllim i trekëndëshit T në zhvendosjen paralele me vector  $\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$ .

- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

### 17/a.

- 2 pikë nëse gjen dy këndet e kërkuara.

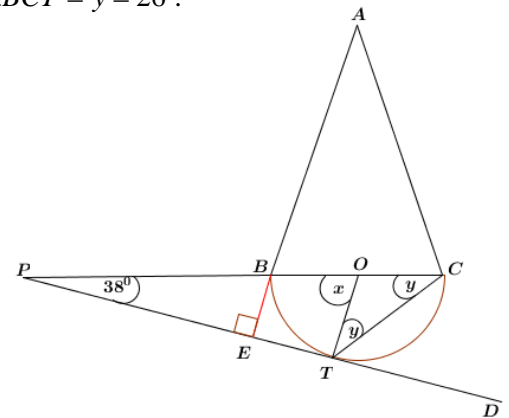
Meqenëse PTD është tangjente me rrethin  $\Rightarrow OT \perp PT \Rightarrow \angle OTP = 90^\circ$ .

Atëherë, në trekëndëshin OTP gjejmë këndin  $x = 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$ .

Këndi BCT është kënd rrethor dhe për pasojë është sa gjysma e këndit qendror që mbështetet në të njëjtin hark me të. Pra, këndi  $\angle BCT = \frac{1}{2}x = 26^\circ$ .

Trekëndëshi TOC është dybrinjëshëm ( $OC = OT = r$ ). Pra,  $\angle BCT = y = 26^\circ$ .

- 1 pikë nëse gjen vetëm njërin nga këndet
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.



### 17/b.

- 1 pikë nëse gjen këndin e kërkuar.

Zgjatim AB dhe shënojmë E pikën ku pret PT. Atëherë kemi:

$$\left. \begin{array}{l} AB \perp PT \\ OT \perp PT \end{array} \right\} \Rightarrow AB \parallel OT \Rightarrow \angle ABC = \angle BOT = 52^\circ \text{ (kënde Z)}$$

Atëherë  $\angle BAC = 180^\circ - 2 \cdot 52^\circ = 76^\circ$ .

- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

18.

- 2 pikë nëse tregon që Sindi ka të drejtë apo jo dhe e argumenton atë.

Sindi nuk ka të drejtë sepse nuk duhet llogaritur në atë mënyrë, por duhet të llogarisë sa kuti nxë gjatësia, sa gjerësia dhe sa lartësia e arkës.

Për gjatësinë  $2,5 : 0,5 = 5$ ; për gjerësinë  $2 : 0,5 = 4$ ; për lartësinë  $1,2 : 0,5 = 2,4$

Pra, kutia nxë gjithsej në bazën e saj 5 kuti x 4 kuti = 20 kuti dhe për së larti nxë 2 kuti. Pra, gjithsej 20 kuti x 2 kuti = 40 kuti.

- 1 pikë nëse tregon që Sindi ka të drejtë apo jo dhe nuk e argumenton atë
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

25/a.

- 3 pikë nëse gjen koordinatat e pikës P në lidhje me a

Gjejmë koeficientin këndor të drejtëzës AB.

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{a - a^2}{a + 1 - 2a} = \frac{a(1-a)}{1-a} = a. \text{ Atëherë koeficienti këndor i pingules është: } m_d = -\frac{1}{a}.$$

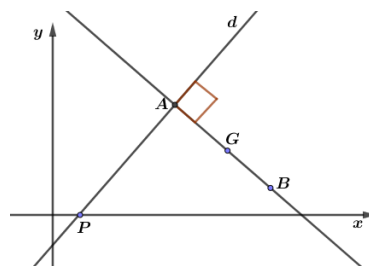
Meqënëse pika P ndodhet në boshtin Ox, kemi që  $P(x; 0)$ .

Ekuacioni i pingules:

$$y - a^2 = -\frac{1}{a}(x - 2a) \Rightarrow y = -\frac{1}{a}x + 2 + a^2$$

Gjejmë abshisën e pikës P:

$$y = 0 \Rightarrow -\frac{1}{a}x + 2 + a^2 = 0 \Rightarrow x = a^3 + 2a \Rightarrow P(a^3 + 2a; 0)$$



- 2 pikë nëse gjen ekuacionin e pingules të hequr nga pika A por jo koordinatat e pikës P.
- 1 pikë nëse gjen vetëm koeficientin këndor të pingules.
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

## 25/ b.

- 1 pikë nëse gjen me saktësi vlerat e mundshme të a-së.

Gjejmë mesin G të AB:

$$\begin{cases} x_G = \frac{2a+a+1}{2} \\ y_G = \frac{a^2+a}{2} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{3a+1}{2}; \frac{a^2+a}{2}\right). \text{ Por për pikën G kemi } x = y. \text{ Atëherë kemi:}$$

$$\frac{3a+1}{2} = \frac{a^2+a}{2} \Rightarrow a^2+a = 3a+1 \Rightarrow a^2-2a-1=0 \Rightarrow D=8.$$

$$a_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}. \text{ Pra vlerat e sakta për a janë: } a_1 = 1 - \sqrt{2} \text{ dhe } a_2 = 1 + \sqrt{2}.$$

- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

## 26.

- 2 pikë nëse gjen kompozimin e dy funksioneve dhe e paraqet atë në formën e kërkuar

$$f(g(x)) = f(x^2 - 2) = \frac{x^2 - 2}{x^2 - 2 + 2} = \frac{x^2 - 2}{x^2} = 1 - 2x^{-2}$$

- 1 pikë nëse gjen vetëm kompozimin e dy funksioneve
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

## 27/a.

- 3 pikë nëse gjen çastet kur pista është në nivelin e tokës.

Për të gjetur në çfarë çastesh pista është në nivelin e tokës barazojmë  $h = 0$ . Pra

$$t^3 - 10t^2 + 39t - 30 = 0.$$

Shohim se 1 është rrënjë e këtij ekuacioni. Pra polinomi pjesëtohet me  $(t - 1)$ . Kryejmë pjesëtimin.

$$\begin{array}{r} t^3 - 10t^2 + 39t - 30 \quad |t-1| \\ \underline{-t^3 + 1t^2} \phantom{+ 39t - 30} \\ -9t^2 + 39t - 30 \\ \underline{9t^2 - 9t} \phantom{- 30} \\ 20t - 30 \\ \underline{-20t + 20} \\ 0 \end{array}$$

Pra, shkruajmë:  $h = t^3 - 10t^2 + 29t - 20 = (t-1)(t^2 - 9t + 20)$

$h = 0 \Rightarrow (t-1)(t^2 - 9t + 20) = 0 \Rightarrow t = 1$  ose  $t^2 - 9t + 20 = 0 \Rightarrow t = 4$  ose  $t = 5$

Pista është në nivelin e tokës pas 1; 4 ose 5 sekondash.

- **2 pikë** nëse faktorizon polinomin e dhënë por nuk gjen rrënjët e tij
- **1 pikë** nëse gjen vetëm një rrënjë të polinomit
- **0 pikë** nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

**27/b.**

- **2 pikë** nëse gjen intervalet kur pista është mbi nivelin e tokës

Pista është mbi nivelin e tokës kur  $h > 0$ . Pra duhet të zgjidhim inekuacionin  $t^3 - 10t^2 + 29t - 20 > 0$

Studiojmë shenjën e  $h = (t-1)(t-4)(t-5)$

$t$	0	1	4	5	$+\infty$		
$t-1$	-	0	+	+	+		
$t-4$	-	-	0	+	+		
$t-5$	-	-	-	0	+		
$h$	-	0	+	0	-	0	+

Midis çasteve kur pista është në nivelin e tokës, shohim që për  $t < 1$  dhe  $4 < t < 5$  pista është nën nivelin e tokës sepse  $h < 0$ . Kurse për  $1 < t < 4$  pista është mbi nivelin e tokës sepse  $h > 0$ .

- **1 pikë** nëse studion shenjën e  $h$  por nuk e interpreton atë
- **0 pikë** nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

28.

- 3 pikë nëse gjen përmasat e drejtëkëndëshit

Vizatojmë drejtëkëndëshin dhe shënojmë  $x$  dhe  $y$  përmasat e tij.

Nga të dhënat kemi që  $x + y = 35 \Rightarrow y = 35 - x$ . Atëherë kemi:

$$S = x(35 - x) = 35x - x^2 \text{ ku } 0 < x < 35.$$

Gjejmë ekstremumin e  $S$ :

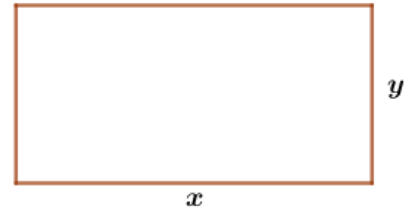
$$S = 35x - x^2 \Rightarrow S' = 35 - 2x. \text{ Gjejmë kur } S' = 0:$$

$$35 - 2x = 0 \Rightarrow x = 17,5$$

Studiojmë shenjën e  $S'$ :

$x$	0	17,5	35
$S'$		+	-
$S$			

$max$



Meqënëse në intervalin  $]0; 35[$  funksioni ka vetëm një maksimum, ky maksimum është dhe vlera më e madhe e funksionit  $S$ .

Pra, përmasat e drejtëkëndëshit duhet ti marrim nga 17,5 cm.

Domethënë korniza duhet të jetë katrore.

- 2 pikë nëse gjen maksimumin por nuk e argumenton që është vlera më e madhe e funksionit
- 1 pikë nëse gjen vetëm  $S$  e kornizës
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

32/a.

- 1 pikë nëse paraqet në grafik informacionin e kërkuar

Vendos në grafik pikën me koordinata  $(90; 17)$ .

- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

32/b.

- 1 pikë nëse vlerëson gabimin e kërkuar

Do kërkojmë në grafik për pikën me koordinata  $(110, y)$ . Gjejmë që  $y$  është afërsisht 19. Pra, numri i gabimeve për 110 dokumentet e kontrolluara është afërsisht 19.

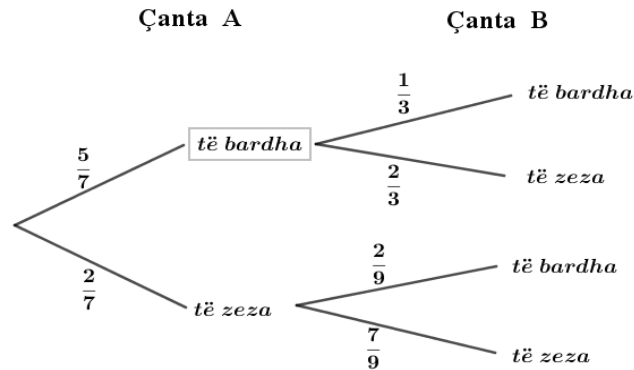
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.



### 33/a

- 2 pikë nëse plotëson diagramin e kërkuar

Plotësojmë diagramin pemë sipas të dhënave më lart.



- 1 pikë nëse plotëson njëren nga degët e diagramit pemë.
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

### 33/ b

- 1 pikë nëse gjen probabilitetin e kërkuar

$$P(\text{e bardhë; e bardhë}) = \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{21}$$

0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare

### 33/c

- 1 pikë nëse gjen probabilitetin e kërkuar

$$P(\text{e dyta e bardhë}) = P(\text{e bardhë; e bardhë}) + P(\text{e zezë; e bardhë}) = \frac{5}{21} + \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{9} = \frac{19}{63}$$

0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare

### 33/d

- 1 pikë nëse gjen probabilitetin e kërkuar

$$P(\text{e para e zezë / e dyta e bardhë}) = \frac{P(\text{e para e zezë dhe e dyta e bardhë})}{P(\text{e dyta e bardhë})}$$

$$\Rightarrow P(\text{e para e zezë / e dyta e bardhë}) = \frac{P(\text{e para e zezë dhe e dyta e bardhë})}{P(\text{e bardhë; e bardhë}) + P(\text{e zezë; e bardhë})}$$

$$P(\text{e para e zezë dhe e dyta e bardhë}) = \frac{\frac{2}{7} \cdot \frac{2}{9}}{\frac{19}{63}} = \frac{4}{19}$$

0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare