PROVIMI I MATURËS SHTETËRORE 2022

SKEMA E VLERËSIMIT TË TESTIT

Matematikë — Varianti B

Shkollat e arsimit profesional, gjuhët e huaja, artistike dhe sportive

Shënim:

- Vlerësuesit e testeve janë trajnuar, që të vlerësojnë çdo përpjekje të nxënësit dhe të jenë të kujdesshëm, sidomos në pyetjet me zhvillim dhe arsyetim, që kanë më shumë se një mundësi zgjidhjeje.
- Çdo zgjidhje e dhënë nga nxënësit ndryshe nga skema e vlerësimit, por që komisioni i vlerësimit e gjykon si të saktë, do të marrë pikët përkatëse.
- Përgjigjet e sakta për pyetjet me alternativa vlerësohen me 1 pikë.

Përgjigjet e sakta për pyetjet me alternativa

Pyetja	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Alternativa e saktë	C	A	B	B	D	A	C	B	D	A
Pyetja	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Alternativa e saktë	C	D	A	C	B	C	A	C	D	A

Pyetjet me zhvillim dhe arsyetim

Pyetja 21 (a) 2 pikë

Përgjigje e plotë:

Kthejmë në të njëjtën trajtë (thyesore, dhjetore apo si %) vlerat numerike në shprehjen e dhënë:

$$\frac{3}{2}-40\%+0,9=1,5-0,4+0,9=1,1+0,9=2$$

Pra vlera e shprehjes është 2.

2 pikë Nëse nxënësi kryen saktë veprimet duke unifikuar trajtën e mbledhorëve (thyesorë, dhjetorë apo si $\%$) dhe jep përgjigjen si vlerë të shprehjes: 2 OSE 200%

1 pikë Nëse nxënësi kryen saktë njërën nga dy shumat në shprehje.

0 pikë Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 21 (b) 2 pikë

Përgjigje e plotë:

Për $x \neq -1$

$$\frac{x^2 - x - 2}{x+1} = \frac{x^2 - 2x + x - 2}{x+1} = \frac{x(x-2)+(x-2)}{x+1} =$$

$$= \frac{x(x-2)+(x-2)}{x+1} = \frac{(x-2)(x+1)}{x+1} = x-2$$

2 pikë Nëse nxënësi faktorizon saktë trinomin e gradës së dytë në numërues dhe më pas thjeshton thyesën racionale në trajtën $x-2$

1 pikë Nëse nxënësi ka bërë deri diku përpjekje për faktorizimin e numëruesit (gjen rrënjët, grupon përmes shprejes së $-x = -2x + x$ apo për ndërtimin e katrorit të plotë

$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} = \left(x-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)$, por nuk ka shkuar saktë prodhimin e faktorëve

$(x-2)(x+1)$.

0 pikë Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 22 2 pikë

Përgjigje e plotë:

Dy madhësi janë në përpjesëtim të drejtë, nëse raporti i tyre mbetet konstant: $\frac{a}{3b}=k$. Meqenëse janë dhënë një çift vlerash për a dhe b, kemi: $\frac{6}{3\times 2}=k \Leftrightarrow k=1$. Kështu që $\frac{a}{3b}=1 \Leftrightarrow a=3b$, ndaj për $b=1 \Rightarrow a=3\times 1=3$. Pra $a=3$

2 pikë Nëse nxënësi formulon me fjalë OSE me lidhje matematikore përpjesëtimin e drejtë mes dy madhësive, duke gjetur koeficientin e përpjestueshmërisë dhe në vazhdim gjen vlerën e saktë të a .

1 pikë Nëse nxënësi formulon me fjalë OSE me lidhje matematikore përpjesëtimin e drejtë mes dy madhësive duke gjetur **vetëm** koeficientin e përpjestueshmërisë së tyre.

0 pikë Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 23 (a) 2 pikë

Përgjigje e plotë:

$$a_n = 4n-2$$
$$a_5 = 4\times 5-2 = 20-2 = 18$$
$$a_6 = 4\times 6-2 = 24-2 = 22$$

2 pikë Nëse nxënësi gjen saktë të dy kufizat e vargut: $a_5 = 18$, $a_6 = 22$

1 pikë Nëse nxënësi gjen saktë një nga kufizat e kërkuara të vargut.

0 pikë Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 23 (b) 1 pikë

Përgjigje e plotë

Vargu i dhënë është linear $a_n = 4n-2$, ($a_n = dn + c$), koeficienti pranë n është sa ndryshesa e vargut $d=4$ ose

$d = a_6 - a_5 = 22-18 = 4 \quad d = 4$

1 pikë Nëse nxënësi demonstron që $d = a_6 - a_5 = 22-18 = 4$

0 pikë Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 24 (a) 1 pikë

Përgjigje e plotë:

$$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix} x_B-x_A \\ y_B-y_A \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix} 6-1 \\ 5-1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

1 pikë Nëse nxënësi gjen saktë koordinatat e vektorit $\overrightarrow{AB}$ (mbase edhe duke vendosur në rrjet skajet e dhëna të vektorit).

0 pikë Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 24(b) 2 pikë

Përgjigje e plotë:
Skica le të kuptohet pozicioni gjeometrik i pikës C në segmentin AB, i tillë që $AC:CB=1:3$. Meqenëse pikat $A,\ B,\ C$ janë koolineare, atëherë ka vend barazimi vektorial $\overrightarrow{AB}=4\overrightarrow{AC}$ ku $C(x;y)$.

$$\overrightarrow{AB}=4\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}=4\begin{pmatrix} x-x_A \\ y-y_A \end{pmatrix}$$

$$4\begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4x-4 \\ 4y-4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Nga ku $\begin{cases} 4x-4=5 \\ 4y-4=4 \end{cases}$ dhe $\begin{cases} x=\dfrac{9}{4} \\ y=2 \end{cases}$, pra $C\left(\dfrac{9}{4};2\right)$

2 pikë Nëse nxënësi shfrytëzon raportin e segmenteve që cakton pika C në segmentin AB si dhe kolinearitetin e pikave me gjuhë vektoriale. Shpreh saktë në koordinata përpjestueshmërinë $\overrightarrow{AB}=4\overrightarrow{AC}$ (ose ndryshe) dhe gjen saktë koordinatat e pikës C.

1 pikë Nëse nxënësi shkruan një lidhje mes vektorëve $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BC}$ OSE bën një skicë që e demonstron lidhjen.

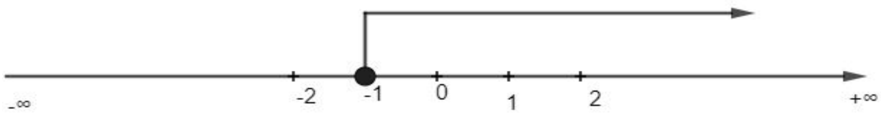
0 pikë Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 25 2 pikë

Përgjigje e plotë:

$5-2(1+2x)+2x\leq 5$
$5-2-4x+2x\leq 5$
$-2x\leq 5-3 \Leftrightarrow -2x\leq 2 \Leftrightarrow x\geq -1$

Paraqitja në boshtin numerik e bashkësisë së zgjidhjeve.

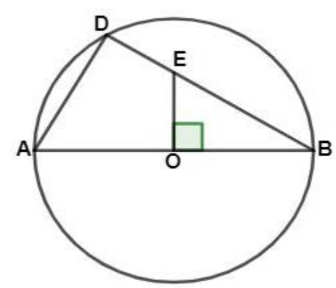


2 pikë	Nëse nxënësi kryen saktë shndërrimet e njëvlershme që çojnë në zgjidhjen e saktë të inekuacionit $x\geq -1$ dhe e paraqet drejt atë në boshtin numerik.
1 pikë	Nëse nxënësi kryen saktë shndërrimet në anën e majtë të mosbarazimit, por gabon në veçimin e x, duke mos ndryshuar kahun e mosbarazimit.
0 pikë	Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 26(a) 2 pikë

Përgjigje e plotë:

$\triangle ABD \sim \triangle OBE$ sepse: $\widehat{ADB}=90^0$ si kënd rrethor që hapet në diametrin AB të rrethit, ndaj
$\widehat{ADB}=\widehat{EOB}=90^0$, gjithashtu $\widehat{ABD}=\widehat{EBO}$ (të përbashkët)
Jemi në kushtet e rastit të parë të ngjashmërisë së dy trekëndëshave, pra $\triangle ABD \sim \triangle OBE$



2 pikë	Nëse nxënësi provon ngjashmërinë $\triangle ABD \sim \triangle OBE$ (KK)
1 pikë	Nëse nxënësi demonstron vetëm se $\widehat{ADB}=90^0$ OSE ka demonstruar një çift këndesh me masë të njëjtë për dy trekëndëshat në fjalë.
0 pikë	Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 26(b) 2 pikë

Përgjigje e plotë:

Meqë $\triangle ABD \sim \triangle OBE$, atëherë përballë këndeve me masë të njëjtë, ndodhen brinjë të përpjesëshme, ndaj ndërtojmë raportin e brinjëve homologe të trekëndëshave tanë të ngjashëm:

$\frac{AB}{BE} = \frac{AD}{OE} = \frac{BD}{OB}$. Duke zëvendësuar të dhënat kemi:

$\frac{16}{BE} = \frac{AD}{6} = \frac{BD}{8}$.

Në $\triangle OBE$ gjejmë hipotenuzën BE, duke zbatuar Teoremën e Pitagorës:

$BE^2 = OE^2 + OB^2$, nga ku $BE = 10cm$.

$\frac{16}{BE} = \frac{BD}{8} kemi$

$\frac{16}{10} = \frac{BD}{8}$

$BD = \frac{16 \times 8}{10} = 12,8cm$

Zbatojmë Teoremën e Pitagorës në $\triangle ABD$:

$AD^2 = AB^2 - BD^2 = 16^2 - 12,8^2$

$AD^2 = 94,16$

$AD = \sqrt{94,16}cm$

2 pikë Nëse nxënësi ka gjetur saktë gjatësinë e brinjës AD duke gjetur: OE në $\triangle OEB$ dhe më pas AD, duke shfrytëzuar dhe Teoremën e Pitagorës dhe $\frac{AB}{BE} = \frac{AD}{OE} = \frac{BD}{OB}$ nga ngjashmëria e trekëndëshave përkatës.

1 pikë Nëse nxënësi ka shkruar drejt raportin e brinjëve të përpjesshme $\frac{AB}{BE} = \frac{AD}{OE} = \frac{BD}{OB}$, OSE ka gjetur gjatësinë e brinjës OE në $\triangle OBE$ me Teoremën e Pitagorës.

0 pikë Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 27 2 pikë

Përgjigje e plotë:

Rendisim në rendin rritës (ose zbritës) të dhënat e grumbulluara, të cilat janë gjithsej 10 të dhëna:

3, 4, 5, 5, **5, 6** 7, 7, 7, 9

Moda është tipari me dendurinë më të madhe në një shpërndarje, ndaj për shpërndarjen e dhënë moda është tipari 5 ose 7.

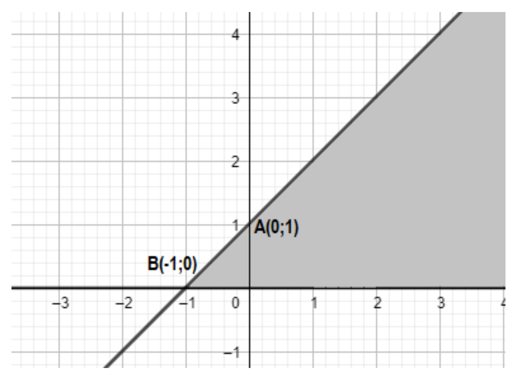
Tipari i mesores, është tipari që gëzon individi i qendrës në shpërndarje. Në organizimin e të dhënave, meqenëse janë dhënë një numër çift të dhënash (10), tipari i mesores është mesatarja aritmetike e dy vlerave të tiparit që gëzojnë dy individët e qendrës, pra mesorja është: $\frac{5+6}{2}=\frac{11}{2}=5{,}5$

2 pikë	Nëse nxënësi vlerëson saktë të dy treguesit e kërkuar të qendrës, modën dhe mesoren e shpërndarjes së dhënë.
1 pikë	Nëse nxënësi ka vlerësuar saktë një nga treguesit, modën OSE mesoren
0 pikë	Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 28 3 pikë

Përgjigje e plotë:

Zona kufizohet nga dy drejtëza: boshti i abshisave me ekuacion $y=0$ dhe drejtëza që kalon nga pikat $A(0;1)$ dhe $B(-1;0)$



Zona e hijezuar poshtë drejtëzës $y=0$, ka për inekuacion $y\geq 0$

Gjejmë ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër pikat A dhe B: $y=mx+c$, ku $c=1=y_A$ dhe koeficienti këndor $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-1}{-1-0}=1$, pra $m=1$ dhe ekuacioni i drejtëzës është $y=x+1$, ndaj zona poshtë saj jepet me inekuacionin $y\leq x+1$

Sistemi i kërkuar është: $\begin{cases} y\leq x+1 \\ y\geq 0 \end{cases}$

3 pikë	Nëse nxënësi gjen zonën $y\geq 0$, ekuacionin e drejtëzës që kalon nëpër pikat A dhe B dhe inekuacionin e zonës së dytë $y\leq x+1$, i paraqet ato në një sistem.
2 pikë	Nëse nxënësi gjen saktë vetëm një nga zonat kufizuese (inekuacionin)
1 pikë	Nëse nxënësi gjen saktë vetëm një nga ekuacionet e drejtëzave kufizuese
0 pikë	Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 29(a) 2 pikë

Përgjigje e plotë:

$\frac{dy}{dx}=0 \Leftrightarrow \frac{d(2x^2+kx+1)}{dx}=0$ për $x=-1$, ndaj: $\frac{(4x+k)dx}{dx}=0 \Leftrightarrow 4x+k=0$ për $x=-1$, nga ku:
$4(-1)+k=0 \Leftrightarrow -4+k=0 \Leftrightarrow k=4$

2 pikë	Nëse nxënësi gjen vlerën e derivatit të funksionit të dhënë për $x=-1$, duke gjeneruar lidhjen për vlerën e kërkuar të k dhe gjen saktë vlerën e saj.
1 pikë	Nxënësi shkruan vetëm derivatin e funksionit $y' = 4x+k$
0 pikë	Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 29(b) 2 pikë

Përgjigje e plotë:

Funksioni ynë ka trajtën: $y=2x^2+4x$

Ekuacioni i tangjentes ndaj grafikut të funksionit $y=f(x)$ në piken $(a; f(a))$ të saj është:

$y-f(a)=f'(x-a)$ ku $a=1$. Për k e gjetur, derivati i funksionit është $y'=4x+4$, ndaj koeficienti këndor i tangjentes është $f'(1)=4+4=8$. Pika e tangjencës $(a; f(a))$ është $(1; f(1))$, ku $f(1)=2+4+1=7$. Ekuacioni i tangjentes është: $y-7=8(x-1)$, pra $y=8x-1$

2 pikë	Nëse nxënësi gjen koeficientin këndor të tangjentes në $x=1$ si $f'(1)$, koordinatat e pikës së tagjencës $(1; f(1))$, dhe shkruan saktë ekuacionin e kërkuar të tangjentes $y=8x-1$
1 pikë	Nëse nxënësi gjen derivatin e funksionit në $x=1$, $f'(1)=7$, OSE nxënësi gjen vlerën e funksionit në $x=1$, $f(1)=8$
0 pikë	Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 30(a) 1 pikë

Përgjigje e plotë:

Meqenëse pishina ka formën e një kuboidi, atëherë vëllimi i saj jepet me relacionin: $V = a \times b \times c$, ku $a = 24m$, $b = 13m$ dhe $c = 2m$. $V = 24m \times 13m \times 2m = 624m^3$

1 pikë Nëse nxënësi vetëm ka shkruar formulën e njehsimit të vëllimit të kuboidit: $V = a \times b \times c$

0 pikë Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 30(b) 2 pikë

Përgjigje e plotë:

Koha që i duhet tubit për të zbrazur plotësisht pishinën jepet me relacionin:

$$t = \frac{Vëllim}{shpejtësi} = \frac{624m^3}{2{,}6 \times 10^{-2} m^3 / s} = 240 \times 10^2 sek$$

Kthejmë sekondat në minuta (1min=60sek) : $240 \times 10^2 sek = \frac{240 \times 10^2 sek}{60} = 4 \times 10^2 \min = 400$ minuta.

2 pikë Nëse nxënësi ka shkruar saktë lidhjen mes vëllimit, shpejtësisë së zbrazjes, kohës dhe ka kthyer saktë në minuta kohën e zbrazjes.

1 pikë Nëse nxënësi ka gjetur saktë vetëm lidhjen mes vëllimit, shpejtësisë së zbrazjes, pa kryer veprimet e mëtejshme, OSE nëse nxënësi ka gjetur vlerën e saktë të kohës së zbrazjes pa demonstruar veprimet dhe lidhjet e nevojshme si arsyetim.

0 pikë Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 31 2 pikë

Përgjigje e plotë:

Pjerrësia e vijës me ekuacion $y = f(x)$, jepet nga funksioni derivat i parë i $y = f(x)$.
Pjerrësia më e madhe se 3, analitikisht shprehet me lidhjen $f'(x) \succ 3$. Grafikisht do të thotë që të gjejmë vlerat e x, për të cilat grafiku i funksionit derivat $y = -1 + 2x$ ndodhet "sipër" grafikut $y = 3$.

$f'(x) = -1 + 2x$, atëherë $f'(x) = -1 + 2x \succ 3$

$2x \succ 3 + 1 \Leftrightarrow 2x \succ 4 \Leftrightarrow x \succ 2$

Bashkësia e kërkuar e vlerave të x është: $A = \{x \in R / x \succ 2\} =]2; +\infty[$

2 pikë Nëse nxënësi shpreh saktë kuptimin gjeometrik të derivatit të funksionit dhe përmes kushtit $f'(x) \rangle 3$ gjen bashkësinë e kërkuar të vlerave të x : $]2; +\infty[$

1 pikë Nëse nxënësi ka gjetur saktë vetëm derivatin e funksionit OSE perifrazon në një mënyrë ose një tjetër faktin se derivati i parë i funksionit karakterizon vijën për nga pjerrësia e saj.

0 pikë Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 32(a) 2 pikë

Përgjigje e plotë:

Plotësojmë tabelën e të dhënave:

	Të vaksinuar	Të pavaksinuar	Gjithsej
Femra	180	70	$250(F)$
Meshkuj	120	30	$150(M)$
Gjithsej	$300(V)$	$100(jo\ \mathrm{V})$	$400(H)$

Gjithsej të vaksinuar (V) janë 300 individë. Numri i popullatës është 400 individë.

Përqindja e të vaksinuarve është: $\frac{300}{400} \times 100 = 0,75 \times 100 = 75\%$

1 pikë Nëse nxënësi ka shkruar $\frac{300}{400} \times 100 = 0,75 \times 100 = 75\%$

0 pikë Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 32(b) 2 pikë

Përgjigje e plotë:

Probabiliteti që një banor i zgjedhur rastësisht të jetë mashkull (M) dhe i vaksinuar (V) është:

$P(M \cap V) = P(MdheV) = \frac{n(M \cap V)}{n(H)} = \frac{120}{400} = \frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$

2 pikë Nëse nxënësi ka shkruar saktë dendurinë e ngjarjes "M dhe V" ($P(M \cap V) = 120$), dhe ka vlerësuar saktë probabilitetin që një banor i rastësishëm të jetë mashkull dhe i vaksinuar (mashkull dhe i vaksinuar)= $\frac{n(M \cap V)}{n(H)} = \frac{120}{400} = \frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$ OSE nxënësi mund të ketë punuar me pemën e shpërndarjes së probabiliteteve apo dendurive, duke dhënë një përgjigje të saktë për probabilitetin e ngjarjes së kërkuar.

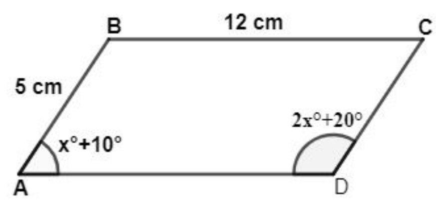
1 pikë Nëse nxënësi ka shkruar saktë numrin e banorëve që janë meshkuj dhe të vaksinuar: $P(M \cap V) = 120$ OSE nxënësi ka shkruar saktë numrin e elementeve të hapësirës së shpërndarjes: $n(H) = 400$ OSE nëse nxënësi ka shkruar thjeshtë: probabiliteti i ngjarjes=0,3

0 pikë Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 33(a) 2 pikë

Përgjigje e plotë:

Shuma e këndeve të njëpasnjëshme të paralelogramit është 180^0 (janë shtues), ndaj:
$x^0 + 10^0 + 2x^0 + 20^0 = 180^0$, nga ku $3x = 150^0 \Leftrightarrow x = 50^0$



2 pikë Nëse nxënësi shpreh mardhënien e këndeve të njëpasnjëshëm të paralelogramit dhe gjen vlerën e saktë të x.

1 pikë Nëse nxënësi shkruan lidhjen mes këndeve $\hat{A}$ dhe $\widehat{B}$ të paralelogramit $x^0 + 10^0 + 2x^0 + 20^0 = 180^0$, por gabon në gjetjen e vlerës së x.

0 pikë Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.

Pyetja 33(b) 2 pikë

Përgjigje e plotë:

$m(\widehat{A}) = 60^0$ dhe $m(\widehat{B}) = 120^0$, ndaj diagonalja me e vogël është ajo përballë këndit të ngushtë të paralelogramit, pra BD. Në trekëndëshin $\triangle ABD$, zbatojmë Teoremën e kosinusit: $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \times AB \times AD \times \cos 60^0$, ndaj

$$BD^2 = 5^2 + 12^2 - 2 \times 5 \times 12 \times \frac{1}{2}$$

$$BD^2 = 109 \Leftrightarrow BD = \sqrt{109} cm$$

2 pikë	Nëse nxënësi përzgjedh diagonalen më të vogël, dhe zbaton drejt Teoremën e kosinusit dhe gjen saktë gjatësinë e BD.
1 pikë	Nëse nxënësi vetëm shkruan Teoremën e kosinusit $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \times AB \times AD \times \cos 60^0$, por gabon në njehsimin e saktë të gjatësisë së BD.
0 pikë	Nëse nxënësi nuk ka shkruar fare OSE ka bërë zgjidhje të gabuar.