

QENDRA E SHËRBIMEVE ARSIMORE

Skema e vlerësimit të përgjigjeve

Përgjigjet për pyetjet me alternativa

1	2	3	4	6	7	9	11	13	15	16	18	19	21	23	24	26	28	31	33
C	D	D	B	B	B	D	B	A	C	D	C	A	B	B	C	C	A	C	B

Një mënyrë zgjidhje për pyetjet me zhvillim dhe arsyetim.

Pyetja 5

- **2 pikë** nëse përcakton orën kur do të jenë të dyja sërish online **dhe** gjen SHVP e shumëfishave të kohës **dhe** orën e kërkuar;
 - gjen shumëfishat e kohës që i duhet Anës dhe Sarës për të qënë online sërish
 - Ana: $10 \rightarrow 20 \rightarrow 30 \rightarrow 40$ minutash
 - Sara : $8 \rightarrow 16 \rightarrow 24 \rightarrow 32 \rightarrow 40$ minutash
 - gjen SHVP e shumëfishave të kohës: $shvp(10; 8) = 40$
 - gjen orën e kërkuar: në orën 10:40 do jenë sërish të dyja online
- **1 pikë** nëse gjen vetëm shumëfishin e kohës që i duhet Sarës dhe Anës për të qënë sërish online ;
- **0 pikë** nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

Pyetja 8

- **1 pikë** nëse argumenton se rezultatet e Biankës nuk mund të jenë të sakta.;

I kthejmë të gjitha në përqindje:

- $0,6$ preferojnë qentë $\Rightarrow 60\%$ preferojnë qentë
- $\frac{3}{10}$ nuk preferojnë qentë $\Rightarrow 30\%$ nuk preferojnë qentë
- 15% nuk e dinin

Atëherë do kishim $60\% + 30\% + 15\% = 105\% > 100\%$??? Kjo ska mundësi të ndodhë.

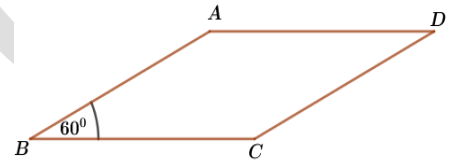
- **0 pikë** nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

Pyetja 10

- 2 pikë nëse formon një ekuacion kuadratik duke zëvendësuar me një variabël tjetër, zëvendësojmë $e^{2x} = t$
 - formon ekuacionin: $t^2 - 3t + 2 = 0$
 - zgjidh ekuacionin duke e shprehur si prodhim faktorësh $(t - 2)(t - 1) = 0$
 - $t = 2$ dhe $t = 1$
 - Zëvendëson $e^{2x} = 1 \rightarrow 2x = \ln 1 \rightarrow 2x = 0 \rightarrow x = 0$; $e^{2x} = 2 \rightarrow 2x = \ln 2 \rightarrow x = \frac{\ln 2}{2}$
 - Shkruan zgjidhjet: $\{0; \frac{\ln 2}{2}\}$
- 1 pikë nëse formon vetëm ekuacionin ose gjen vetëm një zgjidhje;
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

Pyetja 12/a

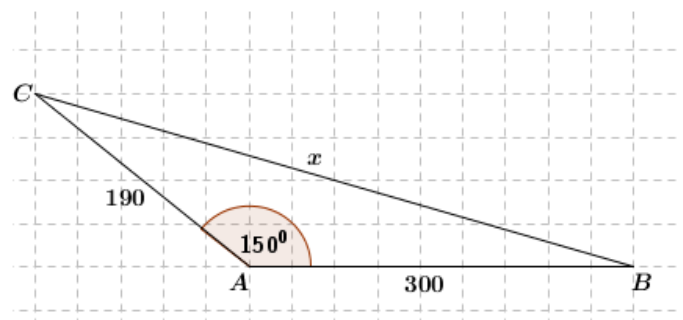
- 1 pikë nëse tregon që katërkëndëshi është paralelogram duke gjetur vektorët:
Meqënëse rrezevektorët janë: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$; $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$; $\vec{d} = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix}$, koordinatat e kulmeve të katërkëndëshit janë: A(6; 3), B(-3; -5), C(1; -3) dhe D(10; 5).
 - $\vec{AD} = \begin{pmatrix} 10-6 \\ 5-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ dhe $\vec{BC} = \begin{pmatrix} 1+3 \\ -3+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$
 - Meqë $\vec{AD} = \vec{BC}$ rrjedh që ABCD është paralelogram.
 Ose:
 - $\vec{AB} = \begin{pmatrix} -3-6 \\ -5-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -8 \end{pmatrix}$ dhe $\vec{DC} = \begin{pmatrix} 1-10 \\ -3-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -8 \end{pmatrix}$
 - Meqë $\vec{AB} = \vec{DC}$ rrjedh që ABCD është paralelogram.
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

**Pyetja 12/b**

- 2 pikë nëse gjen gjatësitë e brinjëve AB dhe BC dhe syprinën e paralelogramit:
 - $|\vec{AB}| = \sqrt{(-9)^2 + (-8)^2} = \sqrt{145}$
 - $|\vec{BC}| = \sqrt{(4)^2 + (2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
 - Syprina e paralelogramit :
 $S = AB \cdot BC \cdot \sin \alpha = \sqrt{145} \cdot 2\sqrt{5} \sin 60^\circ = \sqrt{145} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{87}$ njësi²
- 1 pikë nëse gjen vetëm gjatësitë e brinjëve ose shkruan formulën për syprinën
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

Pyetja 14

- 2 pikë nëse gjen largesën BC;
- Zbatojmë teoremën e kosinusit në trekëndëshin BAC dhe kemi:
 $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 150^\circ$
 $BC^2 = 300^2 + 190^2 - 2 \cdot 300 \cdot 190 \cdot \cos 150^\circ$
 $BC^2 = 224826,9 \Rightarrow BC \approx 474,2$ m



- 1 pikë nëse shkruan vetëm barazimin për gjetjen e BC.
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

Pyetja 17/a

- 1 pikë nëse zbaton teoremën e faktorëve : $(x - a)$ është faktor i $P(x)$ nëse $P(a)=0$
 - Tregon që $(x - 2)$ është faktor i $P(x)$ nëse $P(2) = 0$
 - Gjen: $P(2) = 2^3 + 10 \cdot 2^2 + 11 \cdot 2 - 70 = 0$, nga del që $(x - 2)$ është faktor i $P(x)$
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

Pyetja 17/b

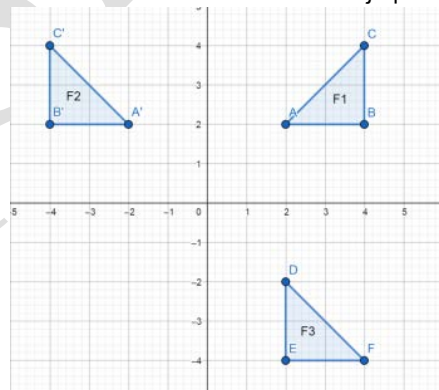
- 2 pikë nëse kryen pjesëtimin e polinomit dhe e shpreh si prodhim faktorësh :
 - Për të faktorizuar $P(x)$, përdorim pjesëtimin e polinomit :

$$\begin{array}{r}
 x^3 + 10x^2 + 11x - 70 : (x - 2) = x^2 + 12x + 35 \\
 \underline{-x^3 + 2x^2} \\
 12x^2 + 11x \\
 \underline{-12x^2 + 24x} \\
 35x - 70 \\
 \underline{-35x + 70} \\
 0
 \end{array}$$

- $P(x)$ e shpreh si prodhim faktorësh:
 $P(x) = (x - 2)(x^2 + 12x + 35) = (x - 2)(x + 7)(x + 5)$
- 1 pikë nëse kryen vetëm pjesëtimin e polinomit
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

Pyetja 20/a

- 2 pikë nëse ndërton pikat A;B;C në planin koordinativ dhe ndërton shëmbëllimin e ΔABC në lidhje me simetrinë me boshtin oy dhe ndërton shëmbëllimin e $\Delta A'B'C'$ me zhvendosje paralele me vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}$



- 1 pikë nëse gjen vetëm një nga shndërrimet gjeometrike.
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

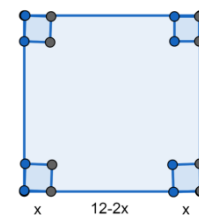
Pyetja 20/b

- 2 pikë nëse tregon kongruencën e $\Delta ABC \equiv \Delta A'B'C'$ dhe $\Delta A'B'C' \equiv \Delta DEF$
 - Gjatë simetrisë sipas një drejtëze ruhen gjatësitë e brinjëve
 - $\underline{A} \xrightarrow{Soy} A'$
 - $\underline{B} \xrightarrow{Soy} B' \rightarrow AB = AB' ; AC = A'C' ; BC = B'C' \rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta A'B'C'$
 - $\underline{C} \xrightarrow{Soy} C'$
 - Gjatë zhvendosjes paralele ruhet gjatësia e brinjëve
 - $\underline{A'} \xrightarrow{\vec{a}} F$
 - $\underline{B'} \xrightarrow{\vec{a}} E \rightarrow A'B' = FE ; A'C' = DF ; B'C' = ED \rightarrow \Delta A'B'C' \equiv \Delta DEF$
 - $\underline{C'} \xrightarrow{\vec{a}} D$
 - $\rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta DEF$
- 1 pikë nëse tregon vetëm një nga kongruencat e trekëndëshave
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

Pyetja 22

- 3 pikë nëse skicon një figurë, shpreh vëllimin në varësi të x-it, derivon vëllimin dhe gjen kur arrihet vëllimi maksimal:
 - Vëllimi i kuboidit është i barabartë
 - $V = a \cdot b \cdot c = x(12 - 2x)(12 - 2x) = 144x - 48x^2 + 4x^3$
 - Për të maksimizuar vëllimin përdorim derivatin:
 - $V' = 144 - 96x + 12x^2 \rightarrow V' = 0 \rightarrow x^2 - 8x + 12 = 0 \rightarrow (x - 6)(x - 2) = 0 \rightarrow x = 6 \text{ dhe } x = 2$
 - Pranohe vetëm $x = 2$ sepse nëse $x = 6 \rightarrow$ brinja e kutisë është zero, ska kuptim.
 - $V'' = 24x - 96 \rightarrow V''(2) = 24 \cdot 2 - 96 = 48 - 96 = -48 < 0 \rightarrow x = 2$ është pikë maksimumi. Meqenëse ky është maksimumi i vetëm në $]0; 6[$, del që për $x = 2$ vëllimi i kutisë merr vlerën më të madhe.

- 2 pikë nëse shpreh vëllimin në varësi të x-it dhe derivon vëllimin.
- 1 pikë nëse shpreh vëllimin në varësi të x-it.
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

Pyetja 25/a

- 1 pikë nëse gjen koeficientët a;b;c dhe zbaton formulën e dallorit
 - Përcakton koeficientët $a = m$, $b = 2m - 1$ dhe $c = m$
 - zbaton formulën e dallorit
 - $D = b^2 - 4ac = (2m - 1)^2 - 4m \cdot m = 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 = -4m + 1$
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

Pyetja 25/b

- 2 pikë nëse shkruan kushtin kur një ekuacion nuk ka rrënjë dhe gjen vlerat e m-së:
 - që ekuacioni të mos ketë zgjidhje duhet që $D < 0$
 - nga pika a) kemi që $D = -4m + 1 \rightarrow -4m + 1 < 0 \rightarrow m > \frac{1}{4}$
- 1 pikë nëse shkruan vetëm kushtin kur një ekuacion nuk ka zgjidhje.
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

Pyetja 27/a

- 2 pikë nëse gjen vlerën e k.

$$P = 100(1 - e^{kt}) \Rightarrow 50 = 100(1 - e^{3k}) \Rightarrow 1 - e^{3k} = \frac{1}{2} \Rightarrow e^{3k} = \frac{1}{2} \Rightarrow k = \frac{\ln 0,5}{3}$$
- 1 pikë nëse gjen vetëm e^{3k} ;
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

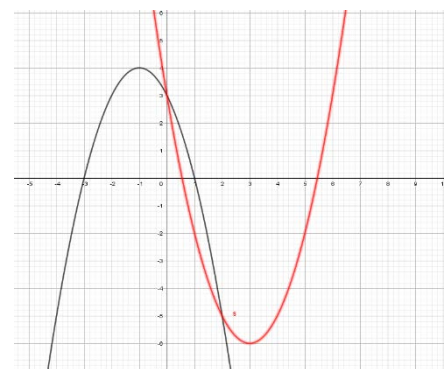
Pyetja 27/b

- 2 pikë nëse gjen përqindjen e klientëve që presin për 5 minuta ose më gjatë.

$$t = 5 \text{ min} \Rightarrow P = 100 \left(1 - e^{-\frac{\ln 0,5}{3} \cdot 5} \right) = 100 \left(1 - 0,5^{\frac{5}{3}} \right) \approx 100 \cdot 0,315 = 31,5 \%$$
- 1 pikë nëse zëvendëson k dhe t në formulë por nuk e gjen vlerën e P;
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

Pyetja 29/a

- 2 pikë Nëse ndërton grafikun e kërkuar:
Në fillim ndërtojmë funksionin $y = -f(x)$ dhe
më pas do të zhvendosim atë me vektor: $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$.
- 1 pikë nëse tregon vetëm zhvendosjen që kryet.
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.



Pyetja 29/b

- **2 pikë** nëse gjen kufijtë e integritit dhe zbaton formulën për gjetjen e syprinës .

Gjejmë kufijtë e integritit:

$$\begin{cases} y = -x^2 - 2x + 3 \\ y = (x-4)^2 + 2(x-4) - 3 - 2 \end{cases} \Rightarrow -x^2 - 2x + 3 = x^2 - 6x + 3 \Rightarrow 2x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \text{ dhe } x_2 = 2$$

$$\Rightarrow S = \int_0^2 [(-x^2 - 2x + 3) - (x^2 - 6x + 3)] dx = \int_0^2 (-2x^2 + 4x) dx = \left[-\frac{2x^3}{3} + 2x^2 \right]_0^2 \Rightarrow$$

$$S = -\frac{16}{3} + 8 = \frac{8}{3} \text{ njësi katrore.}$$

- **1 pikë** nëse gjen vetëm kufijtë ose zbaton formulën .
 ➤ **0 pikë** nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

Pyetja 30

- **2 pikë** nëse gjen vlerën e integralit të kërkuar .

$$\int_0^{10} [f(x) + 1] dx = \int_0^{10} f(x) dx + \int_0^{10} dx = 7 + [x]_0^{10} = 7 + 10 = 17$$

- **1 pikë** nëse vetëm zbaton vetitë e integralit të caktuar.
 ➤ **0 pikë** nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

Pyetja 32/a

- **1 pikë** nëse gjen probabilitetin e ngjarjes: të ketë fituar një ndeshje të zgjedhur rastësisht;

$$P \begin{pmatrix} \text{të ketë fituar një ndeshje} \\ \text{të zgjedhur rastësisht} \end{pmatrix} = \frac{23}{38}$$

- **0 pikë** nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

Pyetja 32/b

- **1 pikë** nëse gjen probabilitetin e ngjarjes: të ketë fituar një ndeshje në mot të lagësht;

$$P \begin{pmatrix} \text{të ketë fituar një ndeshje} \\ \text{në mot të lagësht} \end{pmatrix} = \frac{6}{12} = 0,5$$

- **0 pikë** nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

Pyetja 32/c

- 2 pikë nëse gjen probabilitetin e ngjarjes: të ketë luajtur në mot të lagësht, kur dihet që skuadra e ka fituar ndeshjen.

$$P\left(\begin{matrix} \text{të ketë luajtur në mot të lagësht,} \\ \text{kur dihet që skuadra e ka fituar ndeshjen} \end{matrix}\right) = P\left(\begin{matrix} \text{të ketë luajtur në mot të lagësht /} \\ \text{skuadra e ka fituar ndeshjen} \end{matrix}\right)$$

$$= \frac{P(\text{të ketë luajtur në mot të lagësht dhe të ketë fituar ndeshjen})}{P(\text{ka fituar ndeshjen})} = \frac{6}{23}$$

- 1 pikë nëse shkruan vetëm formulën e probabilitetit me kusht ose gjen vetëm probabilitetin e ngjarjes: të ketë luajtur në mot të lagësht dhe të ketë fituar ndeshjen.
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

Pyetja 34

- 3 pikë nëse plotëson edhe tabelën edhe histogramin.

Gjejmë denduritë relative: $\text{denduri relative} = \frac{\text{denduri}}{\text{gjerësi e klasës}}$

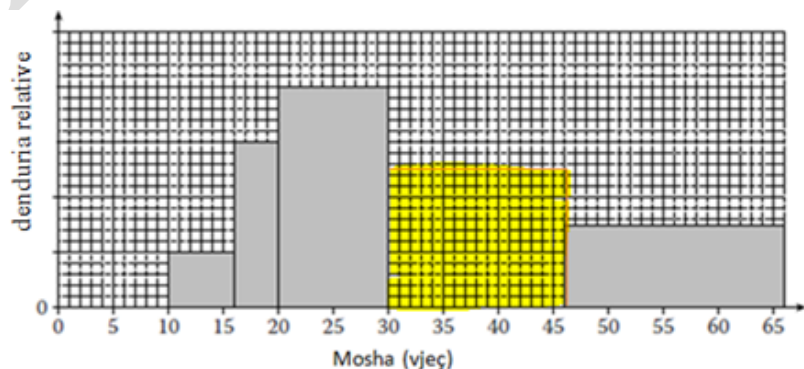
Mosha(vjeç)	Denduria	Gjerësia e klasës	Denduria relative
$10 \leq a < 16$	15	6	2,5
$16 \leq a < 20$?	4	?
$20 \leq a < 30$	100	10	10
$30 \leq a < 46$	100	16	6,25
$46 \leq a < 66$	75	20	3,75

Meqenëse denduria relative e klasës $10 \leq a < 16$ është 2,5 dhe në histogram e ka lartësinë e shtyllës 5 kuadrate \Rightarrow në boshtin vertikal, një kuadrat përfaqëson 0,5 njësi. Shohim se klasa $16 \leq a < 20$ e ka lartësinë e shtyllës 15 kuadrate \Rightarrow denduria relative e saj është $15 \cdot 0,5 = 7,5$. Pra, denduria e saj do të jetë $7,5 \cdot 4 = 30$.

Klasa $30 \leq a < 46$ me denduri relative 6,25, do ta ketë lartësinë e shtyllës $6,25 : 0,5 = 12,5$.

I plotësojmë në tabelë dhe histogram:

Mosha(vjeç)	Denduria
$10 \leq a < 16$	15
$16 \leq a < 20$	30
$20 \leq a < 30$	100
$30 \leq a < 46$	100
$46 \leq a < 66$	75



- 2 pikë nëse plotëson tabelën dhe gjen lartësinë e shtyllës që mungon por nuk e ndërton atë, ose plotëson vetëm histogramin.
- 1 pikë nëse plotëson tabelën ose gjen lartësinë e shtyllës që mungon por nuk e ndërton atë
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

SHËNIM: Çdo zgjidhje e bërë nga nxënësit që është e saktë shkencërisht vlerësohet nga komisioni i vlerësimit.

QSHA 2021