



REPUBLIKA E SHQIPËRISË
 MINISTRIA E ARSIMIT
 SPORTIT DHE RINISË
 QENDRA E SHËRBIMEVE ARSIMORE

PROVIMI I MATURËS SHTETËRORE 2019

I DETYRUAR – SESIONI I

SKEMA E VLERËSIMIT

MATEMATIKË (Seksioni Shqip-Gjermanisht)

1. Përgjigjet për pyetjet me alternativa.

Pyetja	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Alternativa e saktë	B	C	D	D	D	A	D	D	B	C	B	A	D	C	C	C	C	B	C	A

Një mënyrë zgjidhje:

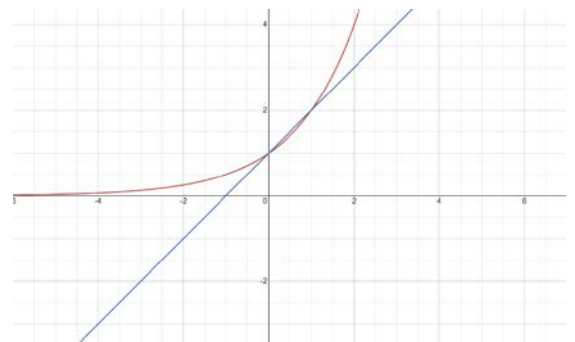
11/a.

a) $y = 2^x$ (funksion eksponencial)

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2^x$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

$y = x+1$ drejtëz

x	0	-1
$y = x+1$	1	0



11/b.

Dimë që kur e zgjidhim grafikisht ekuacionin, zgjidhje janë

abshisat e pikave të prerjes së grafikëve. Nga grafikët duket që zgjidhje janë $x = 0$; $x = 1$ pra $x \in \{0;1\}$

12/a.

$$\left. \begin{aligned} \overrightarrow{PQ} &= \begin{pmatrix} x_Q - x_P \\ y_Q - y_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -8 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{SR} &= \begin{pmatrix} x_R - x_S \\ y_R - y_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -8 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}$$

12/b.

Për të treguar që PQRS është katror, mjafton të tregojmë që PQRS është paralelogram dhe më pas që $(PQ) \perp (PS)$ dhe $PQ = PS$

Nga fakti që $\overline{PQ} = \overline{SR} \Rightarrow \begin{cases} PQ \parallel SR \\ PQ = SR \end{cases} \Rightarrow$ që PQRS është paralelogram

$$\left. \begin{aligned} k_{PQ} &= \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} = \frac{-5 - 3}{-3 - 6} = \frac{8}{9} \\ k_{PS} &= \frac{y_S - y_P}{x_S - x_P} = \frac{-6 - 3}{14 - 6} = \frac{-9}{8} \end{aligned} \right\} \Rightarrow k_{PQ} \cdot k_{PS} = -1 \Rightarrow PQ \perp PS$$

$$\left. \begin{aligned} PQ &= \sqrt{(-3 - 6)^2 + (-5 - 3)^2} = \sqrt{81 + 64} = \sqrt{145} \\ PS &= \sqrt{(-6 - 3)^2 + (14 - 6)^2} = \sqrt{81 + 64} = \sqrt{145} \end{aligned} \right\} \Rightarrow PQ = PS$$

$\left. \begin{aligned} PQ &= PS \\ PQ &\perp PS \end{aligned} \right\} \Rightarrow$ PQRS është katror.

13/a.

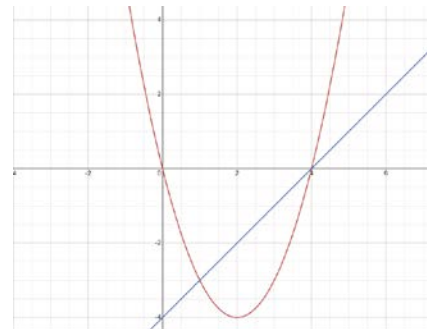
$$y = x^2 - 4x$$

Gjejmë kulmin: $\begin{cases} x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2} = 2 \\ y = -4 \end{cases}$

x	0	2	4
$y = x^2 - 4x$	0	4	0

Ndërtojmë $y = x - 4$

x	0	4
$y = x - 4$	-4	0



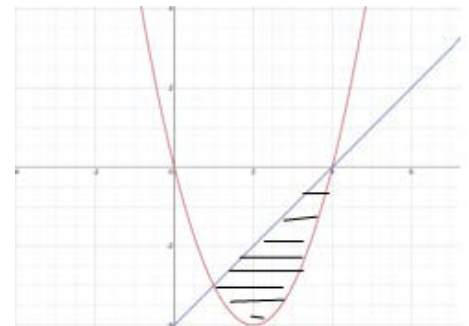
Zgjidhje të sistemit janë (1; -3) ; (4; 0)

13/b.

Inekuacioni $y \geq x^2 - 4x$ përcakton zonën mbi parabolë, përfshirë edhe atë.

Inekuacioni $y \leq x - 4$ përcakton zonën poshtë drejtëzës $y = x - 4$, përfshirë edhe atë.

Sistemi i inekuacioneve $\begin{cases} y \geq x^2 - 4x \\ y \leq x - 4 \end{cases}$ vërtetohet nga zona e vijëzuar.



14.

$$S_{\Delta} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{100 \sqrt{3}}{4} = 25 \sqrt{3} \approx 43,25 \text{ m}^2.$$

$$S_{\text{sek.qarkor}} = \frac{\pi r^2 n}{360^\circ} = \frac{\pi r^2 60^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi r^2}{6}$$

$$r = AD = 5;$$

$$S_{\text{sek.qarkor}} = \frac{\pi \cdot 5^2}{6} \approx 13,1$$

Sa % te parcelës përbën sektori qarkor?

$$\frac{S_{\text{sek.qarkor}}}{S_{\Delta}} \approx 30\%$$

15/a.

Meqënëse shkalla e hartës është 1:5000000, 1cm në hartë=5000000cm në terren

$$8,5 \cdot 5000000 = 42500000 \text{cm} = 425 \text{km}$$

15/b.

$$14,5 \text{km} = 1450000 \text{cm}$$

$$1450000 \div 5000000 = 0,29 \text{cm në hartë}$$

26/a.

Janë dhënë A(3; 5) dhe B(8; 20).

$$m_{AB} = \frac{20-5}{8-3} = 3$$

$$\text{Ekuacioni i AB: } y - y_A = (x - x_A) \Rightarrow y - 5 = 3(x - 3) \Rightarrow y = 3x - 4$$

26/b.

$f(x) = 2x^2 + 2x - 12$. Gjejmë kulmin S:

$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} \text{ dhe } y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{25}{2}. \text{ Pra } S\left(-\frac{1}{2}; -\frac{25}{2}\right).$$

Gjejmë pikëprerjet me boshtet:

- pret Ox $\Rightarrow y = 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 12 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-2) = 0 \Rightarrow x = 2$ ose $x = -3$. Pra pret Ox në pikat $(-3; 0)$ dhe $(2; 0)$.

- pret Oy $\Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = -12$. Pra pret Oy në pikën $(0; -12)$.

27/a.

Funksionet eksponencialë që paraqesin rritjen vjetore të popullsisë janë:

Për Brazilin: $f(x) = 2,08 \cdot 10^8 \cdot (100,8\%)^x = 2,08 \cdot 10^8 \cdot 1,008^x$ ku x tregon vitet.

Për Nigerinë: $g(x) = 1,86 \cdot 10^8 \cdot (102,4\%)^y = 1,86 \cdot 10^8 \cdot 1,024^y$ ku y tregon vitet.

27/b.

Gjejmë në cilin vit është dyfishuar popullsia e Nigerisë:

$$1,86 \cdot 10^8 \cdot 1,024^y = 2 \cdot 1,86 \cdot 10^8 \Rightarrow 1,024^y = 2 \Rightarrow y = \log_{1,024} 2 \Rightarrow y \approx 29,23$$

Popullsia e Nigerisë është dyfishuar në vitin 2046.

27/c.

Popullsia e dy vëndeve do të jetë e njëjtë pas x vitesh:

$$2,08 \cdot 10^8 \cdot 1,008^x = 1,86 \cdot 10^8 \cdot 1,024^x \Rightarrow \frac{1,008^x}{1,024^x} = \frac{1,86 \cdot 10^8}{2,08 \cdot 10^8} \Rightarrow \left(\frac{1,008}{1,024}\right)^x = \frac{186}{208}$$

$$0,98^x = 0,89 \Rightarrow x = \log_{0,98} 0,89 \Rightarrow x \approx 7$$

Popullsia e dy vëndeve do të jetë e njëjtë në vitin 2024.

28. Studiojmë monotoninë e funksionit $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$:

$$f'(x) = x^2 - 4 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+
$f(x)$		↗	↘	↗
		max	min	

Shohim që:

$x \in]-\infty; -2[$ funksioni është rritës;

$x \in]-2; 2[$ funksioni është zbritës;

$x \in]2; +\infty[$ funksioni është rritës;

Për $x = -2$ funksioni ka maksimum dhe $f(-2) = \frac{19}{3}$

Për $x = 2$ funksioni ka minimum dhe $f(2) = -\frac{13}{3}$

Pra ekstremumet janë: max $(-2; \frac{19}{3})$ dhe min $(2; -\frac{13}{3})$.

Studiojmë përkulshmërinë: $f''(x) = 2x \Rightarrow f''(x) = 0 \Rightarrow x = 0$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+
$f(x)$	∩		∪
		p.i	

Shohim që:

$x \in]-\infty; 0[$ funksioni është i mysët;

$x \in]0; +\infty[$ funksioni është i lugët;

$x = 0$ është pikë infleksioni i funksionit dhe $f(0) = 1$

Pra pika e infleksionit është $(0; 1)$.

29/a.

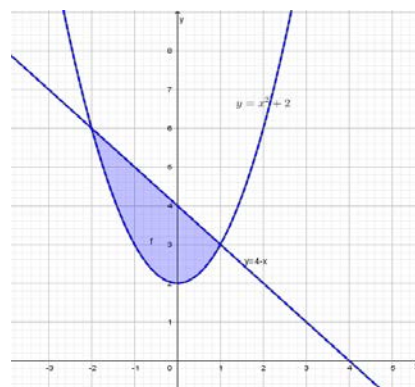
Ndërtojmë grafikët e funksioneve $y = x^2 + 2$ dhe $y = 4 - x$.

29/b.

Gjejmë syprinën e zonës së kërkuar:

$$S = \int_{-2}^1 (4 - x - x^2 - 2) dx = \int_{-2}^1 (2 - x - x^2) dx$$

$$S = \left[2x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_{-2}^1 = \frac{9}{2} \text{ njësi katrore.}$$



30/a.

Ndërtojmë tabelën me katër fusha për informacionin më lart:

	Flasin Frëngjisht	Nuk flasin Frëngjisht	Gjithsej
Vajza	6	12	18
Djem	10	2	12
Gjithsej	16	14	30

30/b.

10 djem flasin Frëngjisht;

30/c. $P(\text{vajzë që flet frëngjisht}) = \frac{\text{numri i vajzave që flasin frëngjisht}}{\text{numri i vajzave gjithsej}} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

Shënim: Nxënësi do të marrë pikë edhe kur në përgjigjen e dhënë, jep një zgjidhje ndryshe nga skema e vlerësimit, por që komisioni i vlerësimit e gjykon të saktë.