



PROVIMI I MATURËS SHTETËRORE 2019
I DETYRUAR – SESIONI I
SKEMA E VLERËSIMIT

MATEMATIKË (Gjimnaz Kurrikula e vjetër)

1. Përgjigjet për pyetjet me alternativa.

| | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|
| Pyetja | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| Alternativa e saktë | A | C | B | A | A | D | A | B | A | C | B | A | D |

Një mënyrë zgjidhje:

14.

- **2 pikë** Nëse gjen probabilitetin e ngjarjes.
Numri i numrave 3 –shifrorë pa përsëritjen e shifrave është: $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$
Numri i numrave 3-shifrorë që mbarojnë me 3 është: $8 \cdot 8 \cdot 1 = 64$
$$P(A) = \frac{8 \cdot 8}{9 \cdot 9 \cdot 8} = \frac{8}{81}$$
- **1 pikë** Nëse gjen $n(H)$ ose $n(A)$.
- **0 pikë** Nëse nxënësi përgjigjet gabim ose nuk përgjigjet fare.

15/a

- **3 pikë** Nëse gjen intervalet e monotonisë dhe pikat e ekstremumeve

$$y' = 6x - 6x^2$$

$$y' = 0 \Rightarrow 6x - 6x^2 = 0$$

$$6x - 6x^2 = 0$$

$$6x(1 - x) = 0$$

$$x = 0 \text{ dhe } x = 1$$

Në: $]-\infty; 0[$ funksioni zbritës

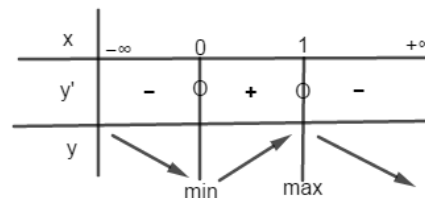
Në: $]0; 1[$ funksioni rritës

Në: $]1; +\infty[$ funksioni zbritës

$$f(0) = 0$$

$$f(1) = 1$$

Pikat e ekstremumeve janë: $(0; 0)$, $(1; 1)$



- **2 pikë** Nëse gjen intervalet e monotonisë ose pikat e ekstremumeve
- **1 pikë** Nëse studion shenjën e derivatit
- **0 pikë** Nëse nxënësi përgjigjet gabim ose nuk përgjigjet fare.

15/b.

- **1 pikë** Nëse arsyeton që ekuacioni ka të paktën një rrënjë
Shqyrtojmë funksionin $y=3x^2-2x^3-1$
Ky funksion është i vazhdueshëm në $[-1;0]$
 $f(-1)=3+2-1=4$ dhe $f(0)=-1$
Meqenëse funksioni në skaje merr vlera me shenjë të kundërtatëhere egziston një pikë ku grafiku i tij pret OX, pra, merr vlerën 0. Pra, ekziston të paktën një vlerë e x-it që $f(x)=0$ pra, ekuacioni $3x^2-2x^3=1$ ka të paktën një rrënjë.
- **0 pikë** Nëse nxënësi përgjigjet gabim ose nuk përgjigjet fare.

16/a.

- **1 pikë** Nëse gjen $f(13)$

$$f(13) = \frac{1}{\log 10} = 1$$

- **0 pikë** Nëse nxënësi përgjigjet gabim ose nuk përgjigjet fare.

16/b.

- **2 pikë** Nëse gjen bashkësinë e përcaktimit

$$\begin{cases} \log(x-3) \neq 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \neq 1 \\ x > 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 4 \\ x > 3 \end{cases}$$

$$A =]3, 4[\cup]4, +\infty[$$
- **1 pikë** Nëse vendos njërën nga kushtet
- **0 pikë** Nëse nxënësi përgjigjet gabim ose nuk përgjigjet fare.

17/a.

- **2 pikë** Nëse gjen dy brinjët e paralelogramit
 $AO = 3\text{cm}; OB = 4\text{cm}; \widehat{AOB} = 120^\circ$

$$AB^2 = AO^2 + OB^2 - 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 120^\circ = 9 + 16 - 2 \cdot 12 \cdot -\frac{1}{2} = 37$$

$$AB = \sqrt{37}\text{cm}$$

$$\widehat{AOD} = 60^\circ$$

$$AD^2 = AO^2 + OD^2 - 2 \cdot AO \cdot OD \cdot \cos 60^\circ = 9 + 16 - 2 \cdot 12 \cdot \frac{1}{2} = 13$$

$$AD = \sqrt{13}\text{cm}$$
- **1 pikë** Nëse gjen njërën brinjë të paralelogramit
- **0 pikë** Nëse nxënësi përgjigjet gabim ose nuk përgjigjet fare.

17/b.

- **2 pikë** Nëse gjen syprinën e paralelogramit

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot OB \cdot \sin \widehat{AOB} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Syprina e paralelogramit është $4 \cdot S_{AOB}$ sepse trekëndëshat AOB, BOC, DOC dhe AOD janë të njëjvlershëm.

$$\text{Prandaj, } S_{ABCD} = 4 \cdot 3\sqrt{3} = 12\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

- **1 pikë** Nëse gjen syprinën e trekëndëshit AOB
- **0 pikë** Nëse nxënësi përgjigjet gabim ose nuk përgjigjet fare.

18/a.

- **1 pikë** Nëse gjen vlerën e m

$$\frac{9}{m^2} + 0 = 1 \Rightarrow m^2 = 9 \Rightarrow m = 3$$

- **0 pikë** Nëse nxënësi përgjigjet gabim ose nuk përgjigjet fare.

18/b.

- **2 pikë** Nëse gjen ekuacionin e tangentes

$$y - 2x + 1 = 0 \Rightarrow y = 2x - 1 \Rightarrow k_d = 2$$

Meqenëse tangjentja paralele e drejtëzën atëhere: $k_{t_{gj}} = k_d = 2$

Kërkojmë ekuacionin e tangjentës në formën $y = 2x + t$. Nga kushti i tangjencës së drejtëzës me

$$\text{elipsin kemi: } a^2 k^2 + b^2 = t^2 \Rightarrow 36 + 9 = t^2 \Rightarrow t^2 = 45 \Rightarrow t = \pm\sqrt{45} = \pm 3\sqrt{5}$$

Ekuacioni i tangenteve është: $y = 2x \pm \sqrt{45} = \pm 3\sqrt{5}$

- **1 pikë** Nëse gjen koeficientin këndor të tangjentës
- **0 pikë** Nëse nxënësi përgjigjet gabim ose nuk përgjigjet fare.

19.

- **3 pikë** Nëse gjen zgjidhjen e ekuacionit

Gjejmë mjedisin e zgjidhjeve:

$$\begin{cases} x > 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 3 \end{cases} \Rightarrow A =]3, +\infty[$$

$$\log x(x-3) = 1 \Rightarrow x(x-3) = 10$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$D = 49$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = -2 \text{ (nuk pranohet si zgjidhje)}$$

Zgjidhje e ekuacionit është $x=5$

- **2 pikë** Nëse sjell ekuacionin në formën $x(x-3)=10$
- **1 pikë** Nëse gjen mjedisin e zgjidhjeve
- **0 pikë** Nëse nxënësi përgjigjet gabim ose nuk përgjigjet fare.

20.

- **2 pikë** Nëse gjen mesataren e re të 5 numrave

Shuma e 5 numrave është 160. Shuma e re do të ndryshojë me rritjen

$$3 \cdot 4 - 2 \cdot 1 = 12 - 2 = 10$$

$$\text{Pra, shuma e re } 160 + 10 = 170$$

$$\text{Mesorja} = \frac{170}{5} = 34$$

- **1 pikë** Nëse gjen shumën e 5 numrave
- **0 pikë** Nëse nxënësi përgjigjet gabim ose nuk përgjigjet fare.

21.

- **3 pikë** Nëse gjen sipërfaqen e përgjithshme të piramidës
Meqenëse piramida është e rregullt,
lartësia SO bie në qendrën e bazës që është katror.
 $SO \perp ABCD$
 $SM \perp BC \Rightarrow$ Nga teorema e 3 pinguleve kemi që $OM \perp BC$.

$$\text{Pra, } \widehat{SMO} = 60^\circ; OM = \frac{1}{2} AB = 4\text{cm}; \widehat{OSM} = 30^\circ$$

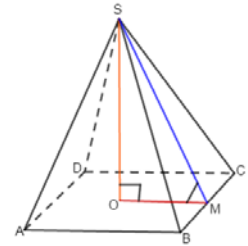
$$SM = 2OM = 8\text{cm}$$

$$S_p = S_a + S_B$$

$$S_a = \frac{1}{2} \cdot P_b \cdot SM = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 \cdot 8 = 128\text{cm}^2$$

$$S_B = 8 \cdot 8 = 64\text{cm}^2$$

$$S_p = 128 + 64 = 192\text{cm}^2$$



- **2 pikë** Nëse gjen apotemën e piramidës.
- **1 pikë** Nëse zbaton teoremën e 3- pinguleve.
- **0 pikë** Nëse nxënësi përgjigjet gabim ose nuk përgjigjet fare.

22.

- **3 pikë** Nëse gjen $\cos \alpha$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{1 + 49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} = 2 + 28 = 30$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = |\vec{a} + \vec{b}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\cos \alpha = \frac{(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}}{|\vec{a} + \vec{b}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{30}{5\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

- **2 pikë** Nëse gjen $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$
- **1 pikë** Nëse $|\vec{a} + \vec{b}|$ ose $|\vec{b}|$
- **0 pikë** Nëse nxënësi përgjigjet gabim ose nuk përgjigjet fare.

23/a.

- **1 pikë** Nëse gjen koordinatat e mesit të segmentit AB

$$AM = MB$$

$$x_M = \frac{-1+3}{2} = 1; y_M = \frac{3+3}{2} = 3$$

$$M(1;3)$$

- **0 pikë** Nëse nxënësi përgjigjet gabim ose nuk përgjigjet fare.

23/b.

- **2 pikë** Nëse gjen ekuacionin AB
Meqenëse $y_A = y_B = 3$ rrjedh që AB ka ekuacion $y=3$

- **1 pikë** Nëse tregon që AB paralele me OX
- **0 pikë** Nëse nxënësi përgjigjet gabim ose nuk përgjigjet fare.

23/c.

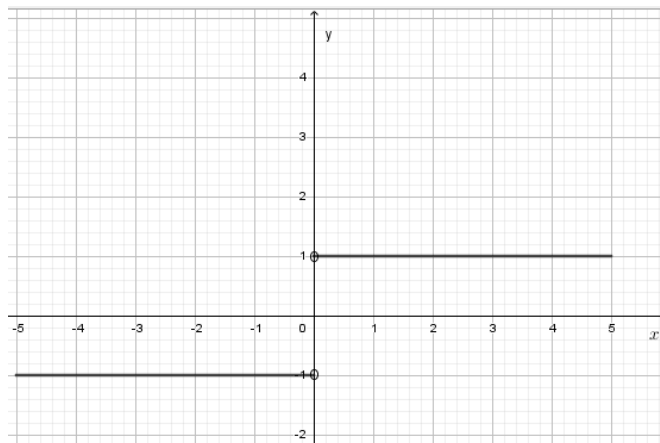
- **2 pikë** Nëse gjen ekuacion e përmesores
Përmesorja e segmentit AB është drejtëza që kalon nga $M(1;3) \perp$ me AB, pra është paralele me OY rrjedhimisht ekuacioni i përmesores është $x=1$

- **1 pikë** Nëse tregon që përmesorja është paralele me OY
- **0 pikë** Nëse nxënësi përgjigjet gabim ose nuk përgjigjet fare.

24.

- **2 pikë** Nëse skicon grafikun e funksionit
Bashkësia e përcaktimit është $x \neq 0$

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2}} = \frac{x}{|x|} = \begin{cases} \frac{x}{x} & \text{për } x > 0 \\ -\frac{x}{x} & \text{për } x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 & \text{për } x > 0 \\ -1 & \text{për } x < 0 \end{cases}$$



- **1 pikë** Nëse paraqet $f(x)$ në formën: $\begin{cases} \frac{x}{x} & \text{për } x > 0 \\ -\frac{x}{x} & \text{për } x < 0 \end{cases}$
- **0 pikë** Nëse nxënësi përgjigjet gabim ose nuk përgjigjet fare.

25.

- **3 pikë** Nëse gjen a dhe b

$$k_{tg} = 2 = f'(2)$$

$$f'(x) = 2x + a$$

$$f'(2) = 4 + a$$

$$2 = 4 + a \Rightarrow a = -2$$

Pika e tangencës është $(2;3)$

Meqenëse $(2;3)$ ndodhet në grafik kemi:

$$3 = 4 + 2a + b$$

$$b = 3$$

Pr a , $a = -2$ dhe $b = 3$

- **2 pikë** Nëse gjen vlerën e a -së.
➤ **1 pikë** Nëse formon ekuacionin $f'(2) = 2$
➤ **0 pikë** Nëse nxënësi përgjigjet gabim ose nuk përgjigjet fare.

Shënim: Nxënësi do të marrë pikë edhe kur në përgjigjen e dhënë, jep një zgjidhje ndryshe nga skema e vlerësimi, por që komisioni i vlerësimi e gjykon të saktë.