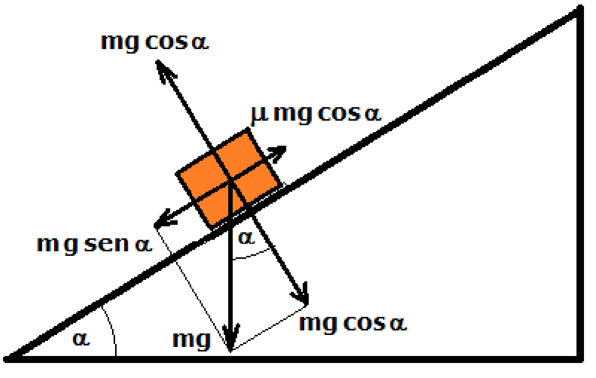
Esercizio 1

Un corpo di massa m=500g è posto alla sommità di un piano inclinato di pendenza 30° e lunghezza 2m. Il corpo è inizialmente fermo. Il coefficiente di attrito dinamico tra il corpo e il piano vale $\mu = 0,1$.
Calcolare:

- la forza motrice a cui il corpo è soggetto;
- la velocità del corpo quando giunge alla base del piano;
- il lavoro compiuto dalla forza d'attrito.

Svolgimento:



Calcoliamo le forze che agiscono sul corpo.
Il modulo della forza parallela al piano è: $F_{\parallel} = m \cdot g \cdot sen\alpha = 0,5 \cdot 9,8 \cdot \frac{1}{2} \simeq 2,45N$
Il modulo della forza premente sul piano, perpendicolare al piano, è : $F_{\perp} = m \cdot g \cdot cos\alpha = 0,5 \cdot 9,8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \simeq 4,21N$
Il modulo della forza di attrito, che si oppone al moto, è: : $F_A = -\mu F_{\perp} = -0,1 \cdot 4,21 \simeq 0,42N$
Il modulo della forza che muove il corpo sarà la somma della forza parallela e della forza di attrito:
$F_T = \quad = F_{\parallel} + F_A = 2,45 - 0,42 = 2,03N$
Possiamo calcolare l'accelerazione a cui è soggetto il corpo: $a = \frac{F_T}{m} = \frac{2,03}{0,5} = 4,06\frac{m}{s^2}$
Lo spazio percorso dal corpo, pari alla lunghezza del piano è espresso dalla relazione: $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$.
Da questa relazione possiamo ricavare la velocità finale del corpo: $v = \sqrt{2as + v_0^2} = \sqrt{2al} =$
$= \sqrt{2 \cdot 4,06 \cdot 2} \simeq 4\frac{m}{s}$.
Il lavoro compiuto dalla forza di attrito è $L = F_A \cdot l = -0,42 \cdot 2 = -0,84N$

Esercizio 2

1. Un numero n=0,50 moli di un gas perfetto si trovano in uno stato termodinamico caratterizzato da una pressione p_A= 2,0 kPa e da un volume V_A = 1,3 m^3. Il gas subisce prima una trasformazione isocora che ne varia la pressione da p_A a p_B= 0,70 kPa e successivamente una trasformazione isobara che ne porta la temperatura a un valore T_C=600K.

- Determina per ciascuno degli stati A, B, C i valori delle tre variabili termodinamiche.
- Disegna in un riferimento p-V i grafici che rappresentano le due trasformazioni.
- Calcola il lavoro totale compiuto dal gas durante le due trasformazioni.

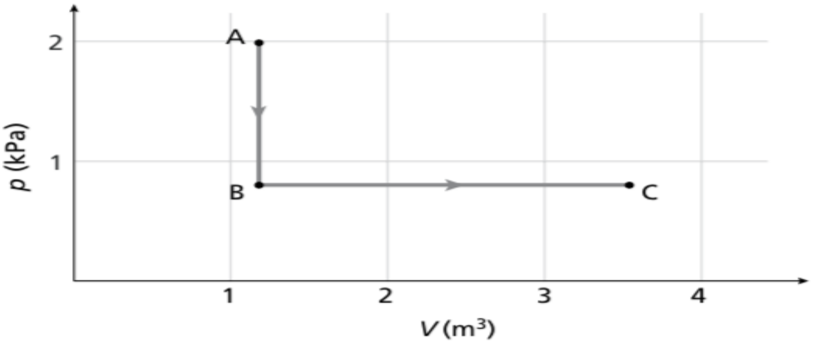
Svolgimento:

- $pV = nRT \Rightarrow T_A = \frac{p_A V_A}{nR} = \frac{(2,0\ \text{kPa})\times(1,3\ \text{m}^3)}{(0,50\ \text{mol})\times(8,315\ \text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})} = 6,3\times10^2\ \text{K}$

  $T_B = T_A \frac{p_B}{p_A} = \frac{p_A V_A}{nR}\frac{p_B}{p_A} = \frac{p_B V_A}{nR} = \frac{(0,70\ \text{kPa})\times(1,3\ \text{m}^3)}{(0,50\ \text{mol})\times(8,315\ \text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})} = 2,2\times10^2\ \text{K}$

  Poiché $V_B = V_A$, per la prima legge di Gay-Lussac di ha:

  $V_C = V_B \frac{T_C}{T_B} = \frac{V_B T_C}{\frac{p_B V_A}{nR}} = \frac{nRV_B T_C}{p_B V_A} = \frac{nRT_C}{pB} = \frac{(0,50\ \text{mol})\times\left(8,315\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}\right)\times(600\ \text{K})}{(0,70\ \text{kPa})} = 3,6\ \text{m}^3$

- 

- $W_{BC} = p_B \Delta V = p_B(V_C - V_A) = p_B\left(\frac{nRT_C}{p_B} - V_A\right) = nRT_C - p_B V_A =$

  $= (0,50\ \text{mol})\times(8,315\ \text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})\times(600\ \text{K}) - (0,70\ \text{kPa})\times(1,3\ \text{m}^3) = 1,6\times10^3\ \text{J}$

Esercizio 3

Due cariche elettriche puntiformi positive $Q_1 = 1\mu C$ e $Q_2 = 9\mu C$ sono poste alla distanza d = 6 cm.

- Determinare il campo elettrico nel punto medio fra le due cariche
- Determinare, sulla retta che unisce le due cariche, a quale distanza dalla carica minore il campo elettrico è nullo.

Svolgimento:

Per il principio di sovrapposizione il campo elettrostatico nel punto medio M del segmento AB è la somma vettoriale dei campi generati dalle cariche poste in A e in B. Dato che i campi hanno stessa direzione ma verso opposto, il risultato di tale somma risulterà una differenza.
Calcoliamo i due campi:

$$E_1 = k\frac{Q_1}{R_1^2} = \frac{9\cdot10^9\frac{N\cdot m^2}{C^2}\cdot10^{-6}}{(3\cdot10^{-2})^2 m^2} = \frac{9\cdot10^{-3}}{9\cdot10^{-4}}\frac{N}{C} = 10\,\frac{N}{C}$$

$$E_2 = k\frac{Q_2}{R_2^2} = \frac{9\cdot10^9\frac{N\cdot m^2}{C^2}\cdot9\cdot10^{-6}}{(3\cdot10^{-2})^2 m^2} = \frac{81\cdot10^{-3}}{9\cdot10^{-4}}\frac{N}{C} = 90\,\frac{N}{C}$$

$$E_T = E_1 + E_2 = (10-90)\frac{N}{C} = -80\,\frac{N}{C}$$

Per calcolare invece il punto il campo elettrico è nullo, supponiamo che questo punto sia ad una distanza x dall'estremo A e ad una distanza (6cm -*x*) dal punto B. Il valore di *x* deve soddisfare la condizione: $0<x<6$ cm Calcoliamo quindi il valore dell'intensità dei due campi elettrostatici generati dai punti A e B e successivamente eguagliamo queste due quantità.

$E_1 = k\frac{Q_1}{x^2}$ $\qquad\qquad$ $E_2 = k\frac{Q_2}{(6cm-x)^2}$

Dato che $Q_2 = 9Q_1$, si ha:

$k\frac{Q_1}{x^2} = k\frac{Q_2}{(6cm-x)^2}$ da cui

$9x^2 = (6\ cm - x)^2$

$9x^2 = 36 - 12x + x^2$

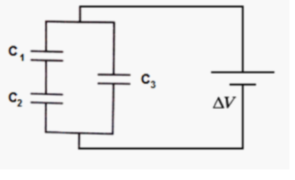
$8x^2 + 12x - 36 = 0$
$x_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{144+1152}}{16} = \frac{-12 \pm 36}{16}$
$x_1 = -3\ cm$ $\quad x_2 = 1{,}5\ cm$
Dei due valori solo il secondo è accettabile perché verifica il vincolo iniziale.
La risposta corretta quindi è 1,5 *cm.*

Esercizio 4

In un circuito due condensatori di capacità $C_1 = 10\ \mu F$ e $C_2 = 40\ \mu F$ sono collegati fra loro in serie ed il sistema da essi costituito è collegato in parallelo ad un condensatore $C_3 = 22\ \mu F$. Il circuito è alimentato da una batteria di 30 Volt. Dopo aver disegnato il circuito, calcolare:

- la capacità equivalente del circuito;
- la carica su ciascun condensatore;
- l'energia totale immagazzinata in ciascun condensatore.

Svolgimento:



Dai dati che abbiamo possiamo calcolare i valori delle capacità equivalenti: $C_{1,2} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{400}{50} = 8\mu F.$
La capacità del circuito è: $C_T = C_{1,2} + C_3 = 8 + 22 = 30\mu F.$
La differenza di potenziale ai capi di $C_T, C_{1,2}\ e\ C_3$ è la stessa e vale 30 V. Possiamo quindi calcolare la carica su questi condensatori:
$Q_3 = C_3 \cdot V = 22\mu F \cdot 30V = 660\mu C$
$Q_{1,2} = C_{1,2} \cdot V = 8\mu F \cdot 30V = 240\mu C$
$Q_T = C_T \cdot V = 30\mu F \cdot 30V = 900\mu C$
La carica depositata sui condensatori $C_1\ e\ C_2$ sarà la stessa del condensatore $C_{1,2}$, ossia 240 μC.
Quindi $Q_1 = Q_2 = 240\mu C.$
Possiamo ora calcolare la d.d.p. ai capi dei condensatori $C_1\ e\ C_2$:
$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{240\mu C}{10\mu F} = 24\ V$ $\quad V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{240\mu C}{40\mu F} = 6\ V$
Per calcolare il lavoro di carica dei condensatori è sufficiente usare la relazione: $L = \frac{1}{2}QV$:
$L_1 = \frac{1}{2}Q_1V_1 = \frac{1}{2}240\mu C \cdot 24V = 2880\mu J = 2{,}88mJ$
$L_2 = \frac{1}{2}Q_2V_2 = \frac{1}{2}240\mu C \cdot 6V = 720\mu J = 0{,}72mJ$
$L_3 = \frac{1}{2}Q_3V_3 = \frac{1}{2}660\mu C \cdot 30V = 9900\mu J = 9{,}9mJ$
Il generatore quindi fornisce ai condensatori $L_{Tot} = \frac{1}{2}Q_TV_T = \frac{1}{2}900\mu C \cdot 30V = 1350\mu J = 13{,}5mJ$
L'energia fornita dal generatore è uguale alla somma delle energie assorbite dai tre condensatori.

Esercizio 5

Un discriminatore di velocità è progettato per permettere alle particelle cariche che hanno una certa velocità di attraversarlo senza essere deflesse. Ipotizza che il campo magnetico $\overrightarrow{B}$ utilizzato abbia un'intensità di 0,015 T, direzione perpendicolare a questo foglio e verso entrante nello stesso.

- Determina direzione, verso e intensità del campo elettrico se le particelle sono elettroni con velocità di modulo $v_e = 3{,}1 \cdot 10^3$ m/s, direzione perpendicolare a $\overrightarrow{B}$ e verso da sinistra a destra, guardando il foglio.
- Esegui di nuovo lo stesso calcolo tenendo conto anche della forza gravitazionale.

Svolgimento:

- La forza di Lorentz è diretta verticalmente lungo il foglio dall'alto verso il basso, poiché l'elettrone ha carica negativa. Occorre quindi applicare un campo elettrico avente la stessa direzione ma verso opposto e modulo tale che la risultante delle forze agenti sulla particella sia nulla, ovvero:

  Ee=evB, da cui $E = vB = (3{,}1 \cdot 10^3 m/s) \cdot (1{,}5 \cdot 10^{-2} T) = 46{,}5 N/C$

- La forza gravitazionale che agisce sull'elettrone è diretta verso il basso e il suo modulo vale:
  $F_g = m_e g = (9{,}1 \cdot 10^{-31} Kg) \cdot \left(9{,}8 \cdot \frac{m}{s^2}\right) = 8{,}9 \cdot 10^{-30} N$
  La precedente relazione diventa: $eE = evB + m_e g$ da cui si ricava:
  $E = vB + \frac{m_e g}{e} = (3{,}1 \cdot 10^3 m/s) \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2} T + \frac{8{,}9 \cdot 10^{-30}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 46{,}5\ N/C$
  E' quindi del tutto lecito trascurare la forza di gravità.