REPUBLIKA E SHQIPËRISË

MINISTRIA E ARSIMIT SPORTIT DHE RINISË

QENDRA E SHËRBIMEVE ARSIMORE

PROVIMI I MATURËS SHTETËRORE 2018

SESIONI I

VARIANTI A

E mërkurë, 13 qershor 2018 **Ora 10.00**

Lënda: MATEMATIKË (GJIMNAZI)

ZGJIDHJE

1. Përgjigjet për pyetjet 1-13.

Pyetja	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Alternativa e saktë	B	A	D	B	D	C	D	D	C	C	B	C	D

2. Një mënyrë zgjidhje për pyetjet 14-25

14. **3 pikë**

$E=\{x\in R / x+1>0 \text{ dhe 3-x} \neq 0\}$

$K_1 : x+1>0 \Rightarrow x>-1$

$E_1 =]-1;+\infty[$

$K_2 : 3-x\neq 0 \Rightarrow x\neq 3$

$E_2 = R-\{3\}$

$B.p : E = E_1 \cap E_2$

$E =]-1;3[\cup]3;+\infty[$

15. **3 pikë**

Që funksioni të jetë i vazhdueshëm në x=0, duhet të plotësohen njëherazi 3 kushte:

1) $f(0)=A+2$

2) $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x} = \frac{0}{0} = \lim\limits_{x\to 0} 3\cdot\frac{\sin 3x}{3x} = 3$

$\lim\limits_{x\to 0} 3x = 0 \text{ dhe } \lim\limits_{x\to 0} x = 0 \to \frac{0}{0} \text{ f.p.}$

3) Që funksioni të jetë i vazhduar në x=0 $\Leftrightarrow$ që $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = f(0) \Rightarrow 3 = A+2 \Rightarrow A=1$

Përgjigje: Për A=1 funksioni është i vazhdueshëm në x=0

16. **3 pikë**

$$\text{Kemi}: \begin{cases} k_{tg} = f^{'}(1) \\ k_{tg} = tg45^0 \end{cases} \Leftrightarrow \left(\frac{x-a}{2x}\right)^{'}_{x=1} = 1$$

Së pari: $y^{'} = \dfrac{(x-a)^{'}\cdot 2x-(2x)^{'}\cdot(x-a)}{(2x)^2} = \dfrac{2a}{4x^2}$

Së dyti: $\left(\dfrac{2a}{4x^2}\right)_{x=1} = 1 \Rightarrow a = 2$

17. **2 pikë**

$n(H) = 2\cdot 2\cdot 2 = 8$

$A = \{SST;\ STS;\ TSS\} \Rightarrow n(A) = 3$

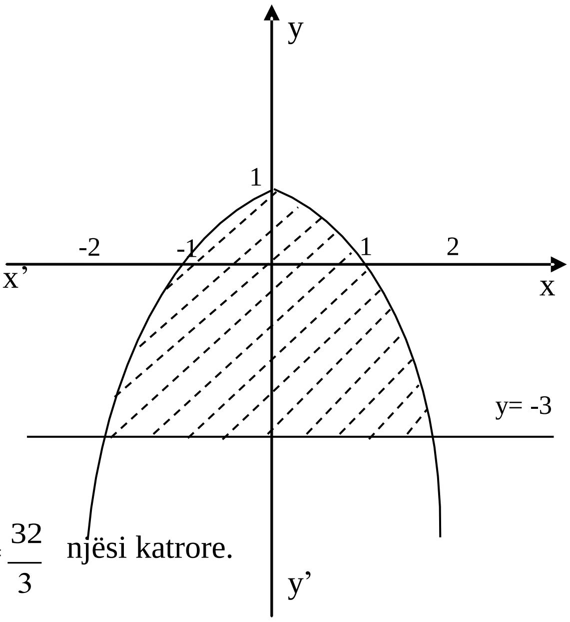
$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(H)} = \dfrac{3}{8}$

18.

a) $\begin{cases} y = 1-x^2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow 1-x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$ **1 pikë**

Pikat ku grafiku pret boshtin OX janë:(-1;0) dhe (1;0)

b) Skicojmë grafikët e funksioneve mbi të njëjtin sistem koordinativ: **3 pikë**



y = 1-x^2 parabolë me kulm K(0;1)

y = -3 drejtëz paralele me (OX)

Kufijtë e integrimit: y=1 $-x^2$ dhe y$=-3 \Rightarrow 1-x^2 = -3 \Rightarrow x = \pm 2$

Meqenëse dy funksionet janë funksione çift atëherë:

$S = 2\int_0^2 \left[1-x^2-(-3)\right]dx = 2\int_0^2 (4-x^2)dx = 2\left(4x-\dfrac{x^3}{3}\right)\Big|_0^2 = 2\left(8-\dfrac{8}{3}\right) = \dfrac{32}{3}$ njësi katrore.

19. **3 pikë**

Së pari:

Gjejmë mjedisin E: $x^2-9 \geq 0 \Rightarrow x^2-9 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$

$E = \left]-\infty;-3\right] \cup \left[3;+\infty\right[$

Së dyti:

Evidentojmë zgjidhjet e ekuacionit në E:

3x – 6=0 ⇔ 3x=6 ⇔ x=2 $\notin$ E

ose $\sqrt{x^2-9} = 0 \Leftrightarrow x^2-9=0 \Leftrightarrow x = \pm 3 \in E$

•Zgjidhje e ekuacionit është bashkësia:{-3;3}

x	$-\infty$		-3		+3		$+\infty$
x^2-9		+	0	–	0	+	
I_n		∨	∨		∨	∨	

20. **4 pikë**

Për të studiuar monotoninë e funksionit, studiojmë shenjën e derivatit të parë për cdo $x \in R$. $f^{'}(x) = 3x^2-6x$

$f^{'}(x) = 0 \Rightarrow 3x^2-6x = 0 \Rightarrow 3x(x-2) = 0 \Rightarrow 3x = 0 \Rightarrow x = 0$ *ose* $x-2 = 0 \Rightarrow x = 2$

Në intervalet $\left]-\infty;0\right[$ dhe $\left]2;+\infty\right[$ funksioni është rritës.

Në intervalin $\left]0;2\right[$ funksioni është zbritës.

$y_{max} = f(0) = 5 \Rightarrow (0;5)$ maksimumi.

$y_{min} = f(2) = 1 \Rightarrow (2;1)$ minimumi.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	
y		↗	max	↘	min	↗	

21. **2 pikë**

$(AB): \frac{x-1}{3-1} = \frac{y-2}{4-2}$

$(AB): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} \Rightarrow x-1 = y-2 \Leftrightarrow x-y+1=0$

Meqënëse, $C \in (AB) \Rightarrow$ koordinatat e C e vërtetojnë ekuacionin e $(AB) \Rightarrow$ a-0+1=0 $\Rightarrow$ a= -1

22.

a) Në skajin e boshtit të madh: (a;0)=(2;0) $\Rightarrow a = 2$ **1 pikë**

b) $(t_{gj}) \perp (d) \Rightarrow k_{tgj} \cdot k_d = -1$ Por $k_d = -1 \Rightarrow k_{tgj} = 1$ **3 pikë**

Ekuacioni i tangjentes ka trajtën: $y = x + t$

Nga kushti i tangjencës së drejtëzës me elipsin kemi: $a^2k^2 + b^2 = t^2 \Rightarrow t = \pm\sqrt{13}$

Ekuacionet e tangjenteve janë: $y = x + \sqrt{13}$ dhe $y = x - \sqrt{13}$

23. **2 pikë**

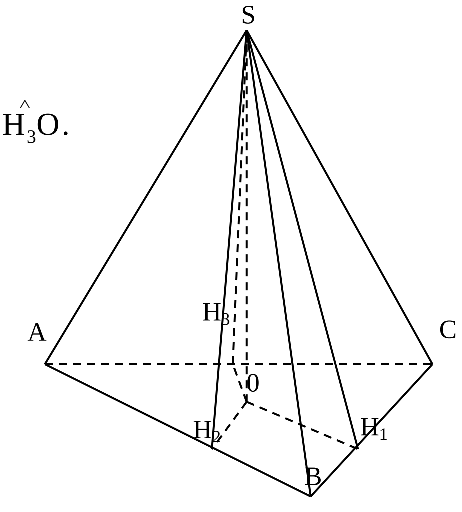
$$m = \frac{4\cdot4+5\cdot6+6\cdot5+7\cdot5+8\cdot4+9\cdot4+10\cdot2}{4+6+5+5+4+4+2} = \frac{199}{30} = 6.6$$

Notë më të lartë se 6.6 kanë 15 nxënës të cilët përbëjnë 50% të klasës.

24. **3 pikë**

Ndërtojmë lartësinë $[SH_1]$ të faqes SBC. Kemi:

$$\left.\begin{array}{l} [SO] \perp ABC \\ [SH_1] \perp [BC] \subset ABC \\ Ku\ [OH_1] \text{ është projeksion kënddrejtë i } [SH_1]\ në(ABC) \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Teorema e } 3\perp \Rightarrow [OH_1] \perp [BC]$$



U krijua këndi i prerjes së drejtë $(S\hat{H_1}O)$.

Në të njëjtën mënyrë në dyfaqëshat e tjerë krijohen prerjet $S\hat{H_2}O$ dhe $S\hat{H_3}O$.

Nga kongruenca e trekëndëshave $SOH_1; SOH_2; SOH_3 \Rightarrow [OH_1] = [OH_2] = [OH_3]$ dhe $[OH_1] \perp [BC]$; $[OH_2] \perp [AB]$; $[OH_3] \perp [AC] \Rightarrow$

$\Rightarrow$ O është qëndra e rrethit brendashkruar bazës.

25. **4 pikë**

Gjejmë: $f[g(x)] = 2^{x^2} \rightarrow x \in R$ dhe $g[f(x)] = 2^{2x} \rightarrow x \in R$

Krijohet ekuacioni: $f[g(x)] = g[f(x)] \Rightarrow 2^{x^2} = 2^{2x} \Leftrightarrow x^2 = 2x$

$\Rightarrow x = 0$ ose x=2

• Bashkësia e zgjidhjeve është: $\{0;2\}$.