

Pyetjet

1. Çdo hapësirë vektoriale

- a) Përmban më tepër se një vektor zero
- b) Përmban dy vektorë zero
- c) Përmban vetëm një vektor zero
- d) Nuk përmban vektorin zero.

2. Në çdo hapësirë vektoriale $ax = ay$ sjell:

- a) Kur $a \neq 0$, $x = y$.
- b) Kur $a \neq 0$, $x \neq y$.
- c) Kur $a = 0$, gjithmonë $x = y$.
- d) Anjëra.

3. Në çdo hapësirë vektoriale $ax = by$ sjell:

- a) $a = b$, kur $x = 0$.
- b) $a = b$, kur $x \neq 0$.
- c) $a \neq b$, kur $x \neq 0$.
- d) Anjëra.

4. Një element i F^n mund të shihet si një element i:

- a) $M_{1 \times n}(F)$.
- b) $M_{n \times 1}(F)$.
- c) $M_{n \times n}(F)$.
- d) $M_{2n \times 1}(F)$.

5. Le të jetë $V = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \mid a_1, a_2 \in F \right\}$ ku F është një fushë e çfarëdoshme. Përcaktojmë mbledhjen e elementeve të V : $(a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$ dhe për çdo $c \in F$ dhe $(a_1, a_2) \in V$, përcaktojmë $c(a_1, a_2) = (ca_1, ca_2)$. Cila nga vetitë e mëposhtme nuk plotësohet:

- a) $\forall x, y$ në V , $x + y = y + x$.
- b) $\forall x$ në V , $1x = x$.
- c) $\forall a, b$ në F dhe $\forall x$ në V , $(ab)x = a(bx)$.
- d) $\forall x$ në F dhe për $\forall x, y$ në V , $a(x + y) = ax + ay$.

6. Le të jetë V hapësirë vektoriale, atëherë

- a) Çdo nënbashkësi e V -së është nënhapësirë.
- b) $V \neq \{0\}$ është e vetmja nënhapësirë e V -së.
- c) $V \neq \{0\}$ ka të paktën dy nënhapësira.
- d) Një nënbashkësi W e V -së që ka vektorin zero është nënhapësirë.

7. Le të jenë W_1 dhe W_2 nënhapësira të hapësirës vektoriale V . Atëherë $W_1 \cup W_2$ është nënhapësirë e V -së vetëm kur:

- a) $W_1 \cup W_2 = V$.
- b) $W_1 \not\subseteq W_2$ dhe $W_2 \not\subseteq W_1$.
- c) $W_1 \subseteq W_2$ ose $W_2 \subseteq W_1$.
- d) Asnjëra

8. Një nënbashkësi W e një hapësirë vektoriale V është nënhapësirë e V -së atëherë dhe vetëm atëherë kur

- a) $W \neq \emptyset$ dhe $ax \in W$ për çdo $(a, x) \in F \times W$.
- b) $W \neq \emptyset$ dhe $x + y \in W$ për çdo $x, y \in W$.
- c) $a \in W$ dhe $ax + y \in W$ për çdo $a \in F$ dhe $x, y \in W$.
- d) $ax + y \in W$ për çdo $a \in F$ dhe $x, y \in W$.

9. Në hapësirën vektoriale $V = \mathbb{R}^3$ janë dhënë vektorët $u = (1, 1, 1)$ dhe $v = (0, 1, 1)$. Nënhapësira e përftuar nga këto dy vektorë është:

- a) Drejtëza që nuk kalon nga pika $(0, 0, 0)$.
- b) Drejtëza që kalon nga pika $(0, 0, 0)$.
- c) Plani që përmban pikën $(0, 0, 0)$.
- d) Plani që nuk e përmban pikën $(0, 0, 0)$.

10. Le të jetë S një bashkësi l.p.v në hapësirën vektoriale V . Atëherë

- a) S përmban vektorin 0.
- b) S ka nënbashkësi linearisht të varura.
- c) Çdo nënbashkësi e S është linearisht e pavarur.
- d) S përmban dy vektorë propocionalë.

11. $\beta = \{x_1, \dots, x_n\}$ është bazë në hapësirën vektoriale V . Atëherë

- a) β përmban vektorin zero.
- b) Ka vektorë që nuk shprehen nga baza β .
- c) Ka vektorë që shprehen të paktën në dy mënyra të ndryshme nga β .
- d) Çdo vektor i V shprehet në mënyrë të vetme nëpërmjet bazës së β .

12. Në $V = \mathbb{R}^3$ vektorët

- a) $\beta = \{(1,0,0), (0,1,0)\}$ formojnë bazë.
- b) $\beta = \{(1,0,0), (0,1,0), (1,1,0)\}$ formojnë bazë.
- c) $\beta = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$ formojnë bazë.
- d) $\beta = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1), (1,1,1)\}$ formojnë bazë.

13. Një hapësirë vektoriale V është e përfshirë nga një bashkësi e fundme $S_0 \neq \{0\}$. Atëherë

- a) Asnjë nënbashkësi e S_0 nuk është bazë për V .
- b) Të paktën një nënbashkësi e S_0 është bazë.
- c) V ka një numër të pafundëm bazash.
- d) Çdo bazë ka një numër të pafundëm vektorësh.

14. Le të jetë V hapësirë vektoriale që ka një bazë β që përmban n elementë. Atëherë çdo nënbashkësi l.p.v e V -së që përmban po n vektorë është:

- a) Bazë e V -së.
- b) Duhet t'i shtojmë disa vektorë që të bëhet bazë e V -së.
- c) Duhet ti shtojmë vetëm një vektor.
- d) Anjëra.

15. Le të jetë V një hapësirë vektoriale që ka një bazë β që përmban saktësisht n elementë. Atëherë

- a) Çdo nënbashkësi e V -së që përmban më shumë se n vektorë është linearisht e varur.
- b) Çdo nënbashkësi e V që përmban më pak se n vektorë nuk është linearisht e varur.

- c) Çdo nënbashkësi e V -së që përmban më shumë se n vektorë është linearisht e pavarur.
- d) Çdo nënbashkësi e V -së që përmban më pak se n vektorë nuk është linearisht e pavarur.

16. Le të jetë $V = \mathbb{R}^4$. Atëherë

- a) Çdo bazë e V -së ka 5 vektorë.
- b) Çdo bazë e V -së ka 4 vektorë.
- c) Mund të gjejmë dy baza me 8 vektorë.
- d) Nuk ka bazë.

17. Le të jetë β një bazë e hapësirë V që e ka dimensionin n dhe S një nënbashkësi e V -së që ka m elementë. Atëherë

- a) $m > n$.
- b) Ekziston një nënbashkësi S_1 e β e tillë që $S \cup S_1$ të jetë bazë.
- c) Nuk ekziston asnjë nënbashkësi S_1 e β e tillë që $S \cup S_1$ të jetë bazë.
- d) Anjëra.

18. Le të jetë W nënhapësirë e hapësirës V dhe $\dim V = n$. Atëherë

- a) W është me dimension të pafundëm.
- b) $\dim W \leq n$.
- c) $\dim W > n$.
- d) $\dim W = n$ dhe W është nënhapësirë e mirëfilltë e V -së.

19. Dimensioni i $M_{m \times n}(\mathbb{F})$ është

- a) $m + n$.
- b) $m + n + 1$.
- c) mn .
- d) $m^2 + n^2 + 1$.

20. Në qoftë se W_1 dhe W_2 janë nënhapësira me dimension të fundëm të një hapësire vektoriale, atëherë

- a) $\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 + \dim(W_1 \cap W_2)$.
- b) $\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$.
- c) $\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 + 1$.
- d) Asnjëra.

21. Bashkësia e zgjidhjeve të sistemit

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$$

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0$$

është nënhapësirë e \mathbb{R}^3 . Cila nga bashkësitë e mëposhtme formon bazë për këtë nënhapësirë:

- a) $(1,1,0), (2,2,1)$.
- b) $(1,1,1), (2,2,2)$.
- c) $(1,1,1)$.
- d) $(1,1,1), (0,0,0)$.

22. Funkzioni $T: V \rightarrow W$ është quajtur transformim linear nga V në W në qoftë se:

- a) Për çdo $x, y \in V$, $T(x + y) = T(x) + T(y)$.
- b) Për çdo $x \in V$ dhe për çdo $c \in F$, $T(cx) = cT(x)$.
- c) $T(0_V) = 0_W$.
- d) Për çdo $x, y \in V$ dhe për çdo $c \in F$, $T(cx + y) = cT(x) + T(y)$.

23. Le të jenë V dhe W hapësira vektoriale dhe $T: V \rightarrow W$ transformim linear. Atëherë

- a) Bërthama e T , $\text{Ker}T$, është nënhapësirë e W .
- b) $\text{Ker}T = \{0\}$ gjithmonë.
- c) $\text{Ker}T \subset \text{Im}T$.
- d) $\text{Im}T$ është nënhapësirë e V .

24. Le të jetë $T: V \rightarrow W$ transformim linear dhe V është me dimension të fundëm. Atëherë

- a) $\text{def}T - \text{rg}T = \dim V$.
- b) $\text{def}T - \dim V = \text{def}T$.

- c) $rgT - dimV = defT$.
- d) $defT + rgT = dimV$.

25. Le të jetë $T:V \rightarrow W$ transformim linear. T është injektiv atëherë dhe vetëm atëherë kur:

- a) $ImT = W$.
- b) $KerT \neq \{0\}$.
- c) $KerT = \{0\}$.
- d) $KerT = V$.

26. Le të jetë $T:V \rightarrow W$ transformim linear. T është injektiv atëherë dhe vetëm atëherë kur:

- a) T është surjektiv.
- b) $dimV = dimW$ i fundëm dhe $ImT = W$.
- c) $dimV \neq dimW$ dhe T surjektiv.
- d) $dim(ImT) < dimW$.

27. Le të jenë V dhe W hapësira vektoriale dhe supozojmë se V është me dimension të fundëm me bazë $\{x_1, \dots, x_n\}$. Për çdo nënbashkësi $\{y_1, \dots, y_n\}$ të ... , ekziston ... transformimi linear (homomorfizmi) $T:V \rightarrow W$ i tillë që ... , $\forall i = 1, 2, \dots, n$. Në vend të pikave duhen vendosur sipas radhës

- a) V , të paktën një, $T(x_i) = 0$.
- b) W , vetëm një, $T(x_i) = y_i$.
- c) W , asnjë, $T(x_i) = y_i$.
- d) W , vetëm një, $T(x_i) \neq y_i$.

28. Le të jetë $T:\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ transformim linear i ndryshëm nga transformimi (homomorfizmi) zero. Gjeometrikisht cili nga situatat është e mundur për ImT .

- a) ImT është drejtëz që nuk kalon nga pika 0.
- b) ImT është plan që nuk kalon nga pika 0.
- c) ImT është plan ose drejtëz që ka pikën 0.
- d) Anjëra.

29. Le të jenë V dhe W hapësira vektoriale me dimension të fundëm me bazat e renditura β dhe γ përkatësisht. Supozojmë se $T:V \rightarrow W$ është transformim linear. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) Për çdo skalar a , $aT + U$ nuk është transformim linear.
- b) $(T)_\beta^\gamma = (U)_\beta^\gamma \Rightarrow T = U$.
- c) Në qoftë se $m = \dim V$ dhe $n = \dim W$, atëherë $(T)_\beta^\gamma$ është $m \times n$ matricë.
- d) $(T + U)_\gamma^\gamma = (T)_\beta^\gamma + (U)_\beta^\gamma$.

30. Le të jenë V dhe W hapësira vektoriale me dimension të fundëm që kanë bazat e renditura β dhe γ , përkatësisht, dhe $T:V \rightarrow W$ është transformim linear. Për çdo $x \in V$ kemi:

- a) $[T(x)]_\gamma = [x]_\beta [T]_\beta^\gamma$.
- b) $[T(x)]_\gamma = [x]_\beta + [T]_\beta^\gamma$.
- c) $[T(x)]_\gamma = [T]_\beta^\gamma [x]_\beta$.
- d) $[T(x)]_\gamma = [T]_\gamma^\beta [x]_\beta$.

31. Le të jetë A një $n \times n$ matricë e tillë që $A^2 = I$. Atëherë kjo sjell

- a) $A = I$.
- b) $A = -I$.
- c) $A = A^{-1}$.
- d) Anjëra.

32. Le të jenë V dhe W hapësira vektoriale me dimension të fundëm me bazat e renditura β dhe γ , përkatësisht. Le të jetë $T:V \rightarrow W$ transformim linear. Atëherë

- a) T ka të ansjellë por $[T]_\beta^\gamma$ jo.
- b) T nuk ka të ansjellë kurse $[T]_\beta^\gamma$ po.
- c) Kur T ka të ansjellë, $[T^{-1}]_\gamma^\beta = ([T]_\beta^\gamma)^{-1}$.
- d) Kur T ka të ansjellë, $[T^{-1}]_\gamma^\beta = ([T]_\gamma^\beta)^{-1}$.

33. Le të jenë V dhe W hapësira vektoriale mbi të njëjtën fushë F dhe me dimension të fundëm. Atëherë

- a) V është izomorfe me W vetëm kur $\dim V > \dim W$.
- b) V është izomorfe vetëwm kur $\dim V < \dim W$.
- c) V është izomorfe vetëwm kur $\dim V = \dim W$.
- d) V është izomorfe vetëwm kur $\dim V = \dim W + 1$.

34. Në qoftë se V është hapësirë vektoriale me dimension n , atëherë është izomorfe me:

- a) F^{n+1} .
- b) F^{n+1} .
- c) F^n .
- d) F^{n-1} .
- e) F^{2n} .

35. Hapësira $M_{2 \times 3}(\mathbb{R})$ është izomorfe me hapësirën:

- a) \mathbb{R}^6 .
- b) \mathbb{R}^5 .
- c) \mathbb{R}^3 .
- d) \mathbb{R}^2 .

36. Le të jetë matrica A e cila ka matricë të anasjelltë (A^t e transpozuar e matricës A). Atëherë:

- a) $(A^t)^{-1} = A^{-1}$.
- b) $(A^{-1})^t = A^{-1}$.
- c) $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.
- d) $AA^t = I$.

37. Le të jenë β dhe β' dy baza të renditura për hapësirën vektoriale V me dimension të fundëm dhe $Q = [v]_{\beta'}^{\beta}$. Atëherë

- a) Për çdo v nga V , $[v]_{\beta} = [v]_{\beta'} Q$.
- b) Për çdo v nga V , $[v]_{\beta'} = [v]_{\beta} Q$.
- c) Për çdo v nga V , $[v]_{\beta} [v]_{\beta'}^{-1} = Q$.
- d) Për çdo v nga V , $[v]_{\beta} = Q [v]_{\beta'}$.

38. Matricat $A, B \in M_{n \times n}(F)$ janë quajtur të ngjashme kur për ndonjë $Q \in M_{n \times n}(F)$, kemi

- a) $B = Q^t A Q$.
- b) $B = Q A Q^t$.
- c) Q ka të anasjetë dhe $B = Q A (Q^t)^{-1}$.
- d) Q ka të anasjetë dhe $B = Q^{-1} A Q$.

39. Për një hapësirë vektoriale mbi fushën F , hapësira duale e V është hapësira vektoriale

- a) $L(V, V)$.
- b) $L(F, F)$.
- c) $L(F, V)$.
- d) $L(V, F)$.

40. Për një hapësirë vektoriale me dimension të fundëm, cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) Çdo transformim linear është funksion linear.
- b) Çdo hapësirë vektoriale V është izomorfe me hapësirën e tij duale V^* .
- c) Çdo hapësirë vektoriale V është izomorfe me V^{**} .
- d) Çdo hapësirë vektoriale është duale e ndonjë hapësire tjetër vektoriale.

41. Le të jetë A një $m \times n$ matricë. Atëherë rangi i matricës është përkufizuar si:

- a) Numri i rreshtave të A -së.
- b) Numri i shtyllave të A -së.
- c) $\max(m, n)$.
- d) Numri max i rreshtave linearisht të pavarura të A -së.

42. Le të jetë $T:V \rightarrow W$ transformim linear midis hapësirave vektoriale me dimension të fundëm dhe β, γ baza të renditura të V dhe W përkatësisht. Atëherë:

- a) $rgT = \dim W$.
- b) $rgT = \dim V$.
- c) $rgT = \dim W + \dim V$.
- d) $rgT = rg[T]_{\beta}^{\gamma}$.

43. Le të jetë A një $n \times n$ matricë. Në qoftë se P dhe Q janë matrica $m \times m$ dhe $n \times n$, përkatësisht, që kanë të anasjelltë, atëherë

- a) $rg(PAQ) = rgA$.
- b) $rg(PA) \neq rgA$.
- c) $rg(AQ) \neq rgA$.
- d) $rg(QAP) = rgA$.

44. Le të jetë $T:V \rightarrow W$ dhe $U:W \rightarrow Z$ transformime lineare në hapësirat vektoriale me dimension të fundëm V, W, Z . Atëherë

- a) $rg(UT) > rgU$.
- b) $rg(UT) < rgU$.
- c) $rg(UT) \leq rgU$.
- d) $rg(UT) > rgT$.

45. Le të jenë A dhe B dy matrica për të cilat prodhimi AB është i përcaktuar. Atëherë

- a) $rg(AB) > rgA$.
- b) $rg(AB) \leq rgA$.
- c) $rg(AB) > rgB$.
- d) $rg(AB) = rgB$.

46. Le të jetë A një $n \times n$ matricë. Atëherë

- a) A ka të anasjelltë kur $rgA < n$.
- b) A ka të anasjelltë kur $rgA = n$.
- c) A ka të anasjelltë kur $rgA > n$.
- d) A ka të anasjelltë kur $rgA = n - 1$.

47. Le të jetë A një $m \times n$ matricë me elementë realë dhe $c \in \mathbb{R}$ i ndryshëm nga zero. Atëherë:

- a) $rg(cA) = c^2$.
- b) $rg(cA) = rgA$.
- c) $rg(cA) = c \cdot rgA$.
- d) $rg(cA) = c^2 \cdot rgA$.

48. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) Çdo sistem ekuacionesh linearë ka të paktën një zgjidhje.
- b) Çdo sistem ekuacionesh linearë ka të shumtën një zgjidhje.
- c) Çdo sistem ekuacionesh linearë homogjen ka të paktën një zgjidhje.
- d) Çdo sistem me n ekuacione lineare dhe n të panjohura ka të shumtën një zgjidhje.

49. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) Çdo sistem n ekuacionesh linearë dhe n të panjohurish ka të paktën një zgjidhje.
- b) Në qoftë se sistemi homogjen korespondues i një sistemi të dhënë ekuacionesh linearë ka një zgjidhje, atëherë sistemi i dhënë ka zgjidhje.
- c) Në qoftë se matrica e koeficientëve të sistemit homogjen prej n ekuacionesh linearë dhe n të panjohura ka të anasjelltë, atëherë sistemi nuk ka zgjidhje të ndryshme nga zgjidhja zero.
- d) Bashkësia e zgjidhjeve të çdo sistemi prej m ekuacionesh linearë dhe n të panjohura është nënhapësirë e F^n .

50. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë.

- a) Në qoftë se dy rreshta të matricës A janë të njëjtë, atëherë $|A| \neq 0$.
- b) Në qoftë se B është matricë e përftuar nga A duke i ndërruar vëndet dy rreshtave, atëherë $|B| = |A|$.
- c) Në qoftë se B është matricë e përftuar nga A duke shumëzuar një rresht të A me një scalar c , atëherë $|B| = |A|$.
- d) Në qoftë se B është matricë që përftohet nga A duke i shtuar një shumëfish të rreshtit i rreshtit j ($i \neq j$), atëherë $|B| = |A|$.

51. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) Në qoftë se E është matrica elementare, atëherë $|E| = 0$.
- b) Në qoftë se $A, B \in M_{n \times n}(F)$, atëherë $|AB| = |A||B|$.
- c) Një matricë M ka të anasjelltë atëherë dhe vetëm atëherë kur $|M| = 0$.
- d) $|A^T| = -|A|$.

52. Le të jetë $A \in M_{n \times n}(F)$. Atëherë për çdo skalar $c \in F$

- a) $|cA| = c|A|$.
- b) $|cA| = c^2|A|$.
- c) $|cA| = c^{n-1}|A|$.
- d) $|cA| = c^n|A|$.

53. Matrica $A \in M_{n \times n}(F)$ plotëson barazimin $AA^T = I$. Atëherë

- a) $|A| = 1$.
- b) $|A| = -1$.
- c) $|A| = \pm 1$.
- d) $|A| = 2$.

54. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) Në qoftë se një matricë zërthehet sipas elemeteve të një shtylle dhe plotësive algjebrikë të një shtylle tjetër, atëherë rezultati është përcaktori i matricës.
- b) Në qoftë se $A \in M_{n \times n}(F)$ dhe B është matricë bashkuese e A -së, atëherë $BA = I$.
- c) Çdo sistem ekuacionesh linearë prej n ekuacionesh dhe n të panjohura mund të zgjidhet me rregullën e Kramerit.
- d) Le të jetë $AX = B$ forma matricore e një sistemi n ekuacionesh lineare me n të panjohura ku $X = (x_1, \dots, x_n)^T$. Në qoftë se $|A| \neq 0$ dhe M_i është matrica që merret nga A duke zëvendësuar shtyllën e i -të të A me B , atëherë $x_i = |A|^{-1}|M_i|$.

55. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë

- a) Çdo operator linear në një hapësirë vektoriale n -dimensionale ka n vlera vetjake të ndryshme.
- b) Në qoftë se një matricë reale ka një vektor vetiakë, atëherë ajo ka një numër të pafundëm vektorësh vetiakë.
- c) Vlerat vetiake duhet të jenë skalarë jo-zero.
- d) Çdo dy vektorë vetiakë janë linearisht të pavarur.

56. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) Shuma e dy vlerave vetiake të një operatori linear T është gjithashtu vlerë vetiake e T .

- b) Ekziston një matricë që nuk ka vektorë vetiakë.
- c) Matricat e ngjashme kanë gjithmonë të njëjtët vektorë vetjakë.
- d) Shuma e dy vektorëve vetiakë të një operatori linear T është gjithmonë një vektor vetiakë i T .

57. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) Ndonjë operator linearë në një hapësirë vektoriale n -dimensionale i cili ka n vlera vetiake të ndryshme nuk është i diagonalizueshëm.
- b) Vektorët vetiakë që i korespondojnë të njëjtës vlerë vetiake janë gjithmonë linearisht të varur.
- c) Në qoftë se një hapësirë vektoriale është shumë e drejtë e nënhapësirave W_1, W_2, \dots, W_k , atëherë $W_i \cap W_j = \{0\}$, për $i \neq j$.

- d) Në qoftë se $V = \sum_{i=1}^k W_i$ dhe $W_i \cap W_j = \{0\}$, për $i \neq j$, atëherë $V = W_1 \oplus W_2 \oplus \dots \oplus W_k$.

58. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë

- a) Në qoftë se λ është vlerë vetiake e një operatori linear T , atëherë çdo element i E_λ është vektor vetiak i T .
- b) Në qoftë se λ_1, λ_2 janë vlera vetiake të ndryshme të një operatori linear T , atëherë $E_{\lambda_1} \cap E_{\lambda_2} \neq \{0\}$.
- c) Le të jetë $A \in M_{n \times n}(F)$ dhe $\beta = \{x_1, \dots, x_n\}$ një bazë e F^n e përbërë nga vektorë vetiakë të A . Në qoftë se Q është $n \times n$ matrica që në shtyllën e i -të është x_i ($i = 1, 2, \dots, n$), atëherë $Q^{-1}AQ$ nuk është diagonal.
- d) Një operator linear T në një hapësirë vektoriale me dimension të fundëm është i diagonalizueshëm atëherë dhe vetëm atëherë kur shumfishiteti i çdo vlerë vetiake λ është i barabartë me $\dim(E_\lambda) - 1$.

59. Le të jetë $A \in M_{n \times n}(F)$ që ka dy vlera vetiake të ndryshme λ_1 dhe λ_2 . Në cilin rast matrica është e diagonalizueshme.

- a) $\dim(E_{\lambda_1}) = n - 1$.
- b) $\dim(E_{\lambda_1}) = n - 2$.
- c) $\dim(E_{\lambda_1}) = n - 3$.
- d) $\dim(E_{\lambda_1}) = n - 4$.

60. Le të jetë $A \in M_{n \times n}(F)$. Atëherë

- a) Në qoftë se A është e diagonalizueshme, A^T nuk është e diagonalizueshme.

- b) Në qoftë se A^T është e diagonalizueshme, atëherë A nuk është e diagonalizueshme.
- c) Në qoftë se A është e diagonalizueshme, atëherë A^T është e diagonalizueshme.
- d) Anjëra

61. Le të jetë V një hapësirë me prodhim të brendshëm (skalar). Atëherë për $x, y, z \in V$ dhe $c \in F$, cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) $(x, y + z) = (x, y) + (y, z)$.
- b) $(x, cy) = \bar{c}(x, y)$.
- c) $(x, x) = 0$ vetëm kur $x \neq 0$.
- d) Në qoftë se $(x, y) = (x, z)$ për çdo $x \in V$, atëherë $y + z = 0$.

62. Në hapësirën vektoriale V me prodhim të brendshëm cili është mosbarazimi Koshi-Shvarc.

- a) $(x, y) > \|x\| \|y\|$.
- b) $(x, y) < \|x\| \|y\|^2$.
- c) $|x, y| \leq \|x\| \|y\|$.
- d) $|x, y| < \|x\| \|y\|$.

63. Në hapësirën vektoriale V me prodhim të brendshëm cili është mosbarazimi i trekëndëshit:

- a) $(x, y) \leq \|x\|^2 + \|y\|^2$.
- b) $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$.
- c) $\|x + y\| > \|x\| + \|y\|$.
- d) $\|x + y\| \leq 2(\|x\| + \|y\|)$.

64. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë

- a) Mosbarazimi i trekëndëshit është i vërtetë vetëm në hapësirat vektoriale me dimension të fundëm dhe me prodhim skalar.
- b) Çdo bashkësi ortogonale është linearisht e pavarur.
- c) Çdo bashkësi ortonormale është linearisht e pavarur.
- d) Çdo bashkësi ortogonale që përmban vektorë jo zero është linearisht e pavarur.

65. Cili nga barazimet e mëposhtme në hapësirën vektoriale V me prodhim të brendshëm është ligji i paralelogramit:

- a) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = \|x\|^2 + 2\|y\|^2$.
- b) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2$.
- c) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2\|x\|^2 + \|y\|^2$.
- d) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = (\|x\|^2 - \|y\|^2)^2$.

66. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) Proçesi i ortogonalizimit të Gram-Shmidit na lejon për të ndërtuar një bashkësi ortonormale nga një bashkësi e çfarëdoshme vektoriale.
- b) Çdo hapësirë vektoriale me dimension të fundëm dhe me prodhim skalar ka një bazë ortonormale.
- c) Për ndonjë nënhapësirë W të një hapësirë V me dimension të fundëm dhe me prodhim skalar ne kemi $W \cap W^\perp \neq \mathbf{0}$.
- d) Në qoftë se $\beta = [x_1, \dots, x_n]$ është bazë në hapësirën V me prodhim të brendshëm, atëherë për çdo $x \in V$ skalarët (x, x_i) ($i = 1, 2, \dots, n$) janë koeficientët Furie të x .

67. Sa është pjestuesi më i madh i përbashkët i 491 dhe 245 ?

- a) 1
- b) 7
- c) 13
- d) Anjëra.

68. Me sa hapa të algoritmit të Euklidit njehsohet $\text{pmp}(491, 245)$?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) Anjëra.

69. Me sa hapa të algoritmit të Euklidit njehsohet $\text{pmp}(3072, 165)$?

- a) 7
- b) 8
- c) 9
- d) Anjëra.

70. Cilët janë përkatësisht koeficientët e 491 e 245 në barazimin Bezu për $\text{pmp}(491, 245)$ të përfutur me algoritmin e Euklidit?

- a) 1, -2.
- b) -1, 2.
- c) -244, 489.
- d) Anjëra.

71. Le të jenë X dhe Y dy bashkësi përkatësisht me nga n e m elemente. Shënojmë me F_{XY} bashkësinë e pasqyrimeve të X në Y . Sa është kardinali i F_{XY} ?

- a) m^n .
- b) nm .
- c) n^m .
- d) Anjëra.

72. Le të jetë X një bashkësi me n elemente dhe $P(X)$ bashkësia e plotësive të saj. Sa është kardinali i $P(X)$?

- a) $2^n - 1$.
- b) 2^n .
- c) $n!$.
- d) Anjëra.

73. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë?

- a) Një grup G ka më shumë se një element identik.
- b) Në një grup G jo çdo element ka simetrik.
- c) Në një grup G ekuacioni $ax = b$ ka zgjidhje $\forall a, b \in G$.
- d) Në një grup G ekziston të paktën një element a i cili ka element simetrik.

74. Cila nga bashkësitë e mëposhtme nuk formon grup në lidhje me veprimin e përcaktuar në të?

- a) $(\mathbb{R}, +)$.
- b) $(\mathbb{R}^+, +)$.
- c) $(\mathbb{Q}, +)$.
- d) $(\mathbb{C}, +)$.

75. Cili nga pohimet e mëposhtme nuk është i vërtetë:

- a) Në qoftë se G' është nëngrup i grupit G , atëherë për çdo $a \in G'$ edhe $a^{-1} \in G'$.
- b) Një nënbashkësi G' e mbajtëses së grupit G është nëngrup i grupit G atëherë dhe vetëm atëherë kur për çdo $a, b \in G'$ edhe $a^{-1}b \in G'$.
- c) Çdo grup është nëngrup i vetvetes.
- d) Çdo nënbashkësi i një grupi është nëngrup në lidhje me veprimin e induktuar nga grupi.

76. Cili nga pohimet e mëposhtme nuk është i vërtetë?

- a) Çdo grup ciklik është abelian.
- b) Çdo nëngrup i një grupi ciklik është abelian.
- c) Çdo grup abelian është ciklik.
- d) Në qoftë se a është përfutës i një grupi të fundëm ciklik G me rend n , atëherë përfutës të tjerë të tij janë dhe elementet e trajtës a^r ku r është i thjeshtë me n .

77. Cili nga pohimet e mëposhtme nuk është i vërtetë?

- a) Në qoftë se G dhe G' janë nëngrupe të grupit G , atëherë $G \cap G'$ është nëngrup.
- b) \mathbb{Q} në lidhje me mbledhjen është grup ciklik.
- c) Në qoftë se H dhe K janë nëngrupe të grupit G , $H \cup K$ është nëngrup i grupit G vetëm kur $H \subseteq K$ dhe $K \subseteq H$.

- d) Në qoftë se G_1 dhe G_2 janë nëngrupe të grupit G , $G_1 \cup G_2$ është nëngrup i grupit G vetëm kur $G_1 \subseteq G_2$ ose $G_2 \subseteq G_1$.

78. Eshtë dhënë bashkësia $I = \{a + ib \in \mathbb{C} / (a, b \in \mathbb{Z})\}$. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- $(I, +)$ është grup abelian.
- (I, \cdot) është grup abelian.
- $(I, +, \cdot)$ është fushë.
- (I^*, \cdot) është grup abelian.

79. Në bashkësinë \mathbb{R}^* janë përcaktuar veprimet \oplus dhe \odot $a \oplus b = \frac{ab}{2}$ dhe $a \odot b = \frac{a^2 + b^2}{2}$. Cili nga pohimet e mëposhtme është veti e përkufizimit të unazës që plotësohen për to?

- Të gjithë elementet kanë të anasjellë në lidhje me shumëzimin.
- Ka pjesëtues të zeros.
- Ka vetinë e ndërrimit në lidhje me shumëzimin.
- Ka vetinë e shoqërimit në lidhje me mbledhjen.

80. Në bashkësinë \mathbb{R}^* janë përcaktuar veprimet \oplus dhe \odot $a \oplus b = \frac{ab}{2}$ dhe $a \odot b = \frac{a^2 + b^2}{2}$. Cili nga pohimet e mëposhtme nuk është veti e përkufizimit të unazës që plotësohen për to?

- Ka vetinë e ndërrimit në lidhje me mbledhjen.
- Ka vetinë e shoqërimit në lidhje me mbledhjen.
- Çdo element ka të kundërt në lidhje me mbledhjen.
- Anjëra.

81. Një nënbashkësi H e një grupi G është nëngrup i G vetëm kur

- H është pjesë e qëndrueshme në lidhje me veprimin e induktuar nga G .
- H është e ndryshme nga boshe dhe për çdo $a \in H$ edhe $a^{-1} \in H$.
- Kur për çdo $a, b \in H$ edhe $ab^{-1} \in H$.
- Anjëra.

82. Në qoftë se G është grup në lidhje me veprimin $*$, atëherë cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë?

- Ekuacioni $a * x = b$ ka më shumë se një zgjidhje për çdo $a, b \in G$.
- Ekuacioni $a * x = b$ ka të paktën një zgjidhje për çdo $a, b \in G$.
- Ekuacioni $a * x = b$ nuk ka zgjidhje për çdo $a, b \in G$.

d) Ekuacioni $a * x = b$ ka vetëm një zgjidhje për çdo $a, b \in G$.

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R}) : |A| \neq 0 \right\}$$

83. Le të na jetë dhënë bashkësia dhe veprimi + dhe - janë përkatësisht mbledhja dhe shumëzimi i matricave. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë?

- a) $(G, +)$ është grup.
- b) $(G, +)$ nuk është grup sepse nuk ka matricën njësi.
- c) (G, \cdot) është grup.
- d) Anjëra.

84. Në qoftë se $f: G \rightarrow G'$ është homomorfizëm grupesh, atëherë

- a) Bërthama e f , $\text{Ker} f$, është nëngrup i G' .
- b) Imazhi i f , $\text{Im} f$, është nëngrup i G .
- c) Homomorfizmi f është injektiv kur $\text{Ker} f = \{e_G\}$.
- d) $\text{Ker} f = \{e_G\}$ vetëm kur f është injektiv.

85. Le të jetë G një grup. Cili nga pohimet nuk është i vërtetë:

- a) Në qoftë se G është grup abelian, atëherë pasqyrimi $f: G \rightarrow G$ i përcaktuar nga $f(x) = x^2$ është homomorfizëm.
- b) Në qoftë se G është grup dhe pasqyrimi $f: G \rightarrow G$ i përcaktuar nga $f(x) = x^2$ është homomorfizëm, atëherë grupi G është abelian.
- c) Në qoftë se G është grup abelian, atëherë pasqyrimi $f: G \rightarrow G$ i përcaktuar nga $f(x) = x^{-1}$ është homomorfizëm.
- d) Në qoftë se G është grup dhe pasqyrimi $f: G \rightarrow G$ i përcaktuar nga $f(x) = x^2$ është homomorfizëm, atëherë grupi G s'është abelian.

86. Në qoftë se G është grup cili nga pohimet nuk është i vërtetë:

- a) Grupi G është abelian vetëm kur $\forall a, b \in G, (ab)^2 = a^2b^2$.
- b) Në qoftë se G është grup, atëherë $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1}$.
- c) Në qoftë se grupi është abelian, atëherë çdo nëngrup i tij është abelian.
- d) Në qoftë se G është grup dhe $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1}$, atëherë grupi G është abelian.

87. Cili nga pohimet është i vërtetë:

- a) Çdo homomorfizëm grupesh është pasqyrim injektiv.
- b) Çdo homomorfizëm grupesh është pasqyrim syrjektiv
- c) Kompozimi i dy homomorfizmash grupesh kur ekziston është homomorfizëm grupesh.
- d) Anjëra.

88. Cilat nga unazat është unazë e plotë.

- a) \mathbf{Z}_4 .
- b) $\mathbf{Z}_3 \times \mathbf{Z}_3$.
- c) \mathbf{Z}_5 .
- d) Anjëra.

89. Cili nga pohimet nuk është i vërtetë:

- a) Çdo unazë ka element asnjës në lidhje me shumëzimin.
- b) Në çdo unazë mbledhja ka vetinë e ndërrimit.
- c) Në unazë, çdo element ka vetëm një element simetrik në lidhje me mbledhjen.
- d) Çdo fushë është unazë.

90. Cila nga vetitë nuk është e vërtetë në unaza:

- a) $a(-b) = -(ab)$.
- b) $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$.
- c) $a(b-c) = ac - ac$.
- d) $(a^m)^n = a^{mn}$.

91. Cili nga pohimet është i vërtetë:

- a) Një nënbashkësi S e unazës R është nënunazë e R vetëm kur $0_R \in S$ dhe $a-b \in S$ për çdo $a, b \in S$.
- b) Një nënbashkësi S e unazës R është nënunazë e R vetëm kur $0_R \in S$ dhe $ab \in S$ për çdo $a, b \in S$.
- c) Një nënbashkësi S e unazës R është nënunazë e R vetëm kur $S \neq \emptyset$, $ab \in S$ dhe $a-b \in S$ për çdo $a, b \in S$.
- d) Anjëra.

92. Cili nga pohimet është i vërtetë:

- a) Një element a në një unazë R quhet nilpotent në qoftë se ekziston një numër i plotë n i tillë që $a^n = 0$.
- b) Një element a në një unazë R quhet nilpotent në qoftë se $a^2 = a$.
- c) Një element a në një unazë R quhet nilpotent në qoftë se $na = 0$.
- d) Anjëra.

93. Cili nga pohimet nuk është i vërtetë.

- a) Një nënbashkësi jo boshe e një unaze R është nënunazë e saj vetëm kur për çdo $a, b \in S$, $ab \in S$ dhe $a-b \in S$.
- b) Qendra e një unaze është nënunazë e unazës.
- c) Në unazën unitare elementet që kanë të anasjelltë, nuk janë pjesëtues të zeros.

d) Çdo unazë e plotë është fushë.

94. Le të jetë $f: R \rightarrow S$ homomorfizëm i unazës R në unazën S . Atëherë

- a) Bërthama e f , $\text{Ker} f$, është nën-unazë e S .
- b) Në qoftë se f është injektiv, atëherë $\text{Ker} f = \{0_R\}$.
- c) $\text{Ker} f = \{0_R\}$ gjithmonë.
- d) Në qoftë se f është surjektiv, atëherë $\text{Im} f = S$.

95. Funkzioni $f: R \rightarrow S$ i unazës R në unazën S quhet homomorfizëm unazash në qoftë se:

- a) $\forall a, b \in R, f(a + b) = f(a) + f(b)$.
- b) $\forall a, b \in R, f(a \cdot b) = f(a) \cdot f(b)$.
- c) $f(0_R) = 0_S$.
- d) $\forall a, b \in R, f(a + b) = f(a) + f(b), f(a \cdot b) = f(a) \cdot f(b)$.

96. Le të jetë $f: R \rightarrow S$ homomorfizëm i unazës R në unazën S . Homomorfizmi f është izomorfizëm vetëm kur

- a) Homomorfizimi f është injektiv.
- b) Homomorfizimi f është surjektiv.
- c) $\text{Ker} f = \{0_R\}$.
- d) $\text{Ker} f = \{0_R\}$ dhe $\text{Im} f = S$.

97. Le të jetë $f: R \rightarrow S$ homomorfizëm i unazës R në unazën S . Atëherë

- a) Në qoftë se R është unazë ndërrimtare, atëherë $f(R)$ është unazë ndërrimtare.
- b) Në qoftë se R është unazë unitare, atëherë $f(R)$ është unazë unitare.
- c) $f(R)$ është nën-unazë e R .
- d) Në qoftë se f është izomorfizëm dhe a është pjesëtues i zeros në R , atëherë $f(a)$ është pjesëtues i zeros në S .

98. Në unazën \mathbb{Z}_{18} , cili nga elementet nuk është pjesëtues i zeros:

- a) $\overline{2}$.
- b) $\overline{6}$.
- c) $\overline{3}$.
- d) $\overline{5}$.

99. Në unazën \mathbb{Z}_{24} , cili nga elementet nuk është pjesëtues i zeros:

- a) $\overline{8}$.
- b) $\overline{6}$.
- c) $\overline{3}$.
- d) $\overline{7}$.

100. Në unazën \mathbb{Z}_{12} , cili nga elementet nuk është pjesëtues i zeros:

- a) $\overline{2}$.
- b) $\overline{6}$.
- c) $\overline{3}$.
- d) $\overline{7}$.

101. Cilat prej thënieve të më poshtme është pohim:

- a) Trekëndëshi është negativ.
- b) $3 \cdot 5 = 16$.
- c) Shahu është lojë e bukur.
- d) Je madhështor!

102. Cili nga thëniet e mëposhtme nuk është pohim:

- a) $5 + 4 = 9$.
- b) Syprina e trekëndëshit është sa prodhimi i gjatësisë të dy brinjëve të njëpasnjëshme.
- c) $2 + 5 > 10$.
- d) Kush është ai.

103. Cilët nga sistemet e vektorëve formon bazë të \mathbb{R}^3 .

- a) $a_1 = (2, 3, 1), a_2 = (-1, 1, 2), a_3 = (1, 4, 3)$.
- b) $a_1 = (1, 0, 1), a_2 = (0, 0, 0), a_3 = (1, 1, 1)$.
- c) $a_1 = (2, -1, 1), a_2 = (1, 0, 2)$.
- d) $a_1 = (1, 0, 1), a_2 = (-1, 1, 1), a_3 = (0, 1, 1)$.

104. Cilët nga sistemet e vektorëve formon bazë të \mathbb{R}^2 .

- a) $a_1 = (1, 2), a_2 = (-1, 1)$.
- b) $a_1 = (0, 0), a_2 = (1, 1), a_3 = (-2, -2)$.
- c) $a_1 = (1, 3), a_2 = (2, -3), a_3 = (0, -3)$.
- d) $a_1 = (2, 4), a_2 = (-1, -2)$.

105. Cilët nga sistemet e vektorëve formon bazë të \mathbb{R}^3 .

- a) $a_1 = (1, -1, 2), a_2 = (-0, 1, 1)$.
- b) $a_1 = (2, 2, 3), a_2 = (0, 0, 0), a_3 = (-1, -2, 1)$.
- c) $a_1 = (2, 2, 3), a_2 = (0, 1, 0), a_3 = (-1, 0, 1)$.
- d) $a_1 = (1, 0, 0), a_2 = (0, 1, 0), a_3 = (0, 0, 1), a_4 = (1, 1, 1)$.

106. Jepen matricat $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ dhe $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. Matrica prodhim AB është:

- a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$.
- b) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- c) $\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$.

d) Anjëra.

107. Le të jenë A dhe B dy nënbashkësi të bashkësis S . Cili nga vetitë e mëposhtme nuk është i vërtetë:

- a) $(A \cup B)' = A' \cup B'$.
- b) $A \cap A' = \phi$.
- c) $A \cup B = B \Leftrightarrow A \cap B = B$.
- d) $A \subseteq B \Leftrightarrow A' \supseteq B'$.

108. Le të jenë A dhe B dy nënbashkësi të bashkësis S . Cili nga vetitë e mëposhtme nuk është i vërtetë:

- a) $(A \cap B)' = A' \cup B'$.
- b) $(A')' = A$.
- c) $A \cup A' = S$.
- d) $A \cup A' = \phi$.

109. Le të jenë A dhe B dy nënbashkësi të bashkësis S . Cili nga vetitë e mëposhtme nuk është i vërtetë:

- a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
- b) $A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- c) $A \cup B = B \cup A$.
- d) $A \cup A' = \phi$.

110. Le të jenë A dhe B dy nënbashkësi të bashkësis S . Cili nga vetitë e mëposhtme nuk është i vërtetë:

- a) $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$.
- b) $A \subseteq B \Leftrightarrow A' \supseteq B'$.
- c) $A \cap B = \phi \Leftrightarrow A' \subseteq B$.
- d) $A \cup B = A \Leftrightarrow A \cap B = A$.