

Pyetjet

1. Çdo hapësirë vektoriale

- a) Përmban më tepër se një vektor zero
- b) Përmban dy vektore zero
- c) Përmban vetëm një vektor zero
- d) Nuk përmban vektorin zero.

2. Në çdo hapësirë vektoriale $ax = ay$ sjell:

- a) Kur $a \neq 0$, $x = y$.
- b) Kur $a \neq 0$, $x \neq y$.
- c) Kur $a = 0$, gjithmonë $x = y$.
- d) Anjëra.

3. Në çdo hapësirë vektoriale $ax = by$ sjell:

- a) $a = b$, kur $x = 0$.
- b) $a = b$, kur $x \neq 0$.
- c) $a \neq b$, kur $x \neq 0$.
- d) Anjëra.

4. Një element i F^n mund të shihet si një element i:

- a) $M_{1 \times n}(F)$.
- b) $M_{n \times 1}(F)$.
- c) $M_{n \times n}(F)$.
- d) $M_{2n \times 1}(F)$.

5. Le të jetë $V = \left\{ (a_1, a_2) \mid a_1, a_2 \in F \right\}$ ku F është një fushë e çfarëdoshme. Përcaktojmë mbledhjen e elementeve të V : $(a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$ dhe për çdo $c \in F$ dhe $(a_1, a_2) \in V$, përcaktojmë $c(a_1, a_2) = (a_1, 0)$. Cila nga vetitë e mëposhtme nuk plotësohet:

- a) $\forall x, y$ në V , $x + y = y + x$.
- b) $\forall x$ në V , $1x = x$.
- c) $\forall a, b$ në F dhe $\forall x$ në V , $(ab)x = a(bx)$.
- d) $\forall x$ në F dhe për $\forall x, y$ në V , $a(x + y) = ax + ay$.

6. Le të jetë V hapësirë vektoriale, atëherë

- a) Çdo nënbashkësi e V -së është nënhapësirë.
- b) $V \neq \{0\}$ është e vetmja nënhapësirë e V -së.

- c) $V \neq \{0\}$ ka të paktën dy nënhapësira.
- d) Një nënbashkësi W e V -së që ka vektorin zero është nënhapësirë.

7. Le të jenë W_1 dhe W_2 nënhapësira të hapësirës vektoriale V . Atëherë $W_1 \cup W_2$ është nënhapësirë e V -së vetëm kur:

- a) $W_1 \cup W_2 = V$.
- b) $W_1 \not\subseteq W_2$ dhe $W_2 \not\subseteq W_1$.
- c) $W_1 \subseteq W_2$ ose $W_2 \subseteq W_1$.
- d) Asnjëra

8. Një nënbashkësi W e një hapësire vektoriale V është nënhapësirë e V -së atëherë dhe vetëm atëherë kur

- a) $W \neq \emptyset$ dhe $ax \in W$ për çdo $(a, x) \in F \times W$.
- b) $W \neq \emptyset$ dhe $x + y \in W$ për çdo $x, y \in W$.
- c) $a \in W$ dhe $ax + y \in W$ për çdo $a \in F$ dhe $x, y \in W$.
- d) $ax + y \in W$ për çdo $a \in F$ dhe $x, y \in W$.

9. Në hapësirën vektoriale $V = \mathbb{R}^3$ janë dhënë vektorët $u = (1, 1, 1)$ dhe $v = (0, 1, 1)$. Nënhapësira e përfshirë nga këto dy vektorë është:

- a) Drejtëza që nuk kalon nga pika $(0, 0, 0)$.
- b) Drejtëza që kalon nga pika $(0, 0, 0)$.
- c) Plani që përmban pikën $(0, 0, 0)$.
- d) Plani që nuk e përmban pikën $(0, 0, 0)$.

10. Le të jetë S një bashkësi l.p.v në hapësirën vektoriale V . Atëherë

- a) S përmban vektorin 0.
- b) S ka nënbashkësi linearisht të varura.
- c) Çdo nënbashkësi e S është linearisht e pavarur.
- d) S përmban dy vektorë proporcionalë.

11. $\beta = \{x_1, \dots, x_n\}$ është bazë në hapësirën vektoriale V . Atëherë

- a) β përmban vektorin zero.
- b) Ka vektorë që nuk shprehen nga baza β .
- c) Ka vektorë që shprehen të paktën në dy mënyra të ndryshme nga β .
- d) Çdo vektor i V shprehet në mënyrë të vetme nëpërmjet bazës së β .

12. Në $V = \mathbb{R}^3$ vektorët

- a) $\beta = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0)\}$ formojnë bazë.

- b) $\beta = \{(1,0,0), (0,1,0), (1,1,0)\}$ formojnë bazë.
- c) $\beta = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$ formojnë bazë.
- d) $\beta = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1), (1,1,1)\}$ formojnë bazë.

13. Një hapësirë vektoriale V është e përfshirë nga një bashkësi e fundme $S_0 \neq \{0\}$. Atëherë

- a) Asnjë nënbashkësi e S_0 nuk është bazë për V .
- b) Të paktën një nënbashkësi e S_0 është bazë.
- c) V ka një numër të pafundëm bazash.
- d) Çdo bazë ka një numër të pafundëm vektorësh.

14. Le të jetë V hapësirë vektoriale që ka një bazë β që përmban n elementë. Atëherë çdo nënbashkësi l.p.v e V -së që përmban po n vektorë është:

- a) Bazë e V -së.
- b) Duhet t'i shtojmë disa vektorë që të bëhet bazë e V -së.
- c) Duhet ti shtojmë vetëm një vektor.
- d) Anjëra.

15. Le të jetë V një hapësirë vektoriale që ka një bazë β që përmban saktësisht n elementë. Atëherë

- a) Çdo nënbashkësi e V -së që përmban më shumë se n vektorë është linearisht e varur.
- b) Çdo nënbashkësi e V që përmban më pak se n vektorë nuk është linearisht e varur.
- c) Çdo nënbashkësi e V -së që përmban më shumë se n vektorë është linearisht e pavarur.
- d) Çdo nënbashkësi e V -së që përmban më pak se n vektorë nuk është linearisht e pavarur.

16. Le të jetë $V = \mathbb{R}^4$. Atëherë

- a) Çdo bazë e V -së ka 5 vektorë.
- b) Çdo bazë e V -së ka 4 vektorë.
- c) Mund të gjejmë dy baza me 8 vektorë.
- d) Nuk ka bazë.

17. Le të jetë β një bazë e hapësirë V që e ka dimensionin n dhe S një nënbashkësi e V -së që ka m elementë. Atëherë

- a) $m > n$.
- b) Ekziston një nënbashkësi S_1 e β e tillë që $S \cup S_1$ të jetë bazë.
- c) Nuk ekziston asnjë nënbashkësi S_1 e β e tillë që $S \cup S_1$ të jetë bazë.

d) Anjëra.

18. Le të jetë W nënhapësirë e hapësirës V dhe $\dim V = n$. Atëherë

- a) W është me dimension të pafundëm.
- b) $\dim W \leq n$.
- c) $\dim W > n$.
- d) $\dim W = n$ dhe W është nënhapësirë e mirëfilltë e V -së.

19. Dimensioni i $M_{m \times n}(F)$ është

- a) $m + n$.
- b) $m + n + 1$.
- c) mn .
- d) $m^2 + n^2 + 1$.

20. Në qoftë se W_1 dhe W_2 janë nënhapësira me dimension të fundëm të një hapësire vektoriale, atëherë

- a) $\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 + \dim(W_1 \cap W_2)$.
- b) $\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$.
- c) $\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 + 1$.
- d) Asnjëra.

21. Bashkësia e zgjidhjeve të sistemit

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$$

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0$$

është nënhapësirë e \mathbb{R}^3 . Cila nga bashkësitë e mëposhtme formon bazë për këtë nënhapësirë:

- a) $(1,1,0), (2,2,1)$.
- b) $(1,1,1), (2,2,2)$.
- c) $(1,1,1)$.
- d) $(1,1,1), (0,0,0)$.

22. Funkzioni $T: V \rightarrow W$ është quajtur transformim linear nga V në W në qoftë se:

- a) Për çdo $x, y \in V$, $T(x + y) = T(x) + T(y)$.
- b) Për çdo $x \in V$ dhe për çdo $c \in F$, $T(cx) = cT(x)$.
- c) $T(0_V) = 0_W$.
- d) Për çdo $x, y \in V$ dhe për çdo $c \in F$, $T(cx + y) = cT(x) + T(y)$.

23. Le të jenë V dhe W hapësira vektoriale dhe $T: V \rightarrow W$ transformim linear. Atëherë

- a) Bërthama e T , $\text{Ker} T$, është nënhapësirë e W .

- b) $\text{Ker}T = \{0\}$ gjithmonë.
- c) $\text{Ker}T \subset \text{Im}T$.
- d) $\text{Im}T$ është nënhapësirë e V .

24. Le të jetë $T:V \rightarrow W$ transformim linear dhe V është me dimension të fundëm. Atëherë

- a) $\text{def}T - \text{rg}T = \text{dim}V$.
- b) $\text{def}T - \text{dim}V = \text{def}T$.
- c) $\text{rg}T - \text{dim}V = \text{def}T$.
- d) $\text{def}T + \text{rg}T = \text{dim}V$.

25. Le të jetë $T:V \rightarrow W$ transformim linear. T është injektiv atëherë dhe vetëm atëherë kur:

- a) $\text{Im}T = W$.
- b) $\text{Ker}T \neq \{0\}$.
- c) $\text{Ker}T = \{0\}$.
- d) $\text{Ker}T = V$.

26. Le të jetë $T:V \rightarrow W$ transformim linear. T është injektiv atëherë dhe vetëm atëherë kur:

- a) T është surjektiv.
- b) $\text{dim}V = \text{dim}W$ i fundëm dhe $\text{Im}T = W$.
- c) $\text{dim}V \neq \text{dim}W$ dhe T surjektiv.
- d) $\text{dim}(\text{Im}T) < \text{dim}W$.

27. Le të jenë V dhe W hapësira vektoriale dhe supozojmë se V është me dimension të fundëm me bazë $\{x_1, \dots, x_n\}$. Për çdo nënbashkësi $\{y_1, \dots, y_n\}$ të W , ekziston transformimi linear (homomorfizmi) $T:V \rightarrow W$ i tillë që $T(x_i) = y_i$, $\forall i = 1, 2, \dots, n$. Në vend të pikave duhen vendosur sipas radhës

- a) V , të paktën një, $T(x_i) = 0$.
- b) W , vetëm një, $T(x_i) = y_i$.
- c) W , asnjë, $T(x_i) = y_i$.
- d) W , vetëm një, $T(x_i) \neq y_i$.

28. Le të jetë $T:\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ transformim linear i ndryshëm nga transformimi (homomorfizmi) zero. Gjeometrikisht cili nga situatat është e mundur për $\text{Im}T$.

- a) $\text{Im}T$ është drejtëz që nuk kalon nga pika 0.
- b) $\text{Im}T$ është plan që nuk kalon nga pika 0.

- c) $\text{Im}T$ është plan ose drejtëz që ka pikën 0.
- d) Anjëra.

29. Le të jenë V dhe W hapësira vektoriale me dimension të fundëm me bazat e renditura β dhe γ përkatësisht. Supozojmë se $T:V \rightarrow W$ është transformim linear. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) Për çdo skalar α , $\alpha T + U$ nuk është transformim linear.
- b) $(T)_{\beta}^{\gamma} = (U)_{\beta}^{\gamma} \Rightarrow T \neq U$.
- c) Në qoftë se $m = \dim V$ dhe $n = \dim U$, atëherë $(T)_{\beta}^{\gamma}$ është $m \times n$ matricë.
- d) $(T + U)_{\gamma}^{\beta} = (T)_{\beta}^{\gamma} + (U)_{\beta}^{\gamma}$.

30. Le të jenë V dhe W hapësira vektoriale me dimension të fundëm që kanë bazat e renditura β dhe γ , përkatësisht, dhe $T:V \rightarrow W$ është transformim linear. Për çdo $x \in V$ kemi:

- a) $[T(x)]_{\gamma} = [x]_{\beta} [T]_{\beta}^{\gamma}$.
- b) $[T(x)]_{\gamma} = [x]_{\beta} + [T]_{\beta}^{\gamma}$.
- c) $[T(x)]_{\gamma} = [T]_{\beta}^{\gamma} [x]_{\beta}$.
- d) $[T(x)]_{\gamma} = [T]_{\gamma}^{\beta} [x]_{\beta}$.

31. Le të jetë A një $n \times n$ matricë e tillë që $A^2 = I$. Atëherë kjo sjell

- a) $A = I$.
- b) $A = -I$.
- c) $A = A^{-1}$.
- d) Anjëra.

32. Le të jenë V dhe W hapësira vektoriale me dimension të fundëm me bazat e renditura β dhe γ , përkatësisht. Le të jetë $T:V \rightarrow W$ transformim linear. Atëherë

- a) T ka të ansjellë por $[T]_{\beta}^{\gamma}$ jo.
- b) T nuk ka të ansjellë kurse $[T]_{\beta}^{\gamma}$ po.
- c) Kur T ka të ansjellë, $[T^{-1}]_{\gamma}^{\beta} = ([T]_{\beta}^{\gamma})^{-1}$.
- d) Kur T ka të ansjellë, $[T^{-1}]_{\gamma}^{\beta} = ([T]_{\beta}^{\gamma})^{-1}$.

33. Le të jenë V dhe W hapësira vektoriale mbi të njëjtën fushë F dhe me dimension të fundëm. Atëherë

- a) V është izomorfe me W vetëm kur $\dim V > \dim W$.
- b) V është izomorfe vetëwm kur $\dim V < \dim W$.
- c) V është izomorfe vetëwm kur $\dim V = \dim W$.

d) V është izomorfe vetëwm kur $\dim V = \dim W + 1$.

34. Në qoftë se V është hapësirë vektoriale me dimension n , atëherë është izomorfe me:

- a) F^{n+1} .
- b) F^{n+1} .
- c) F^n .
- d) F^{n-1} .
- e) F^{2n} .

35. Hapësira $M_{2 \times 3}(\mathbb{R})$ është izomorfe me hapësirën:

- a) \mathbb{R}^6 .
- b) \mathbb{R}^5 .
- c) \mathbb{R}^3 .
- d) \mathbb{R}^2 .

36. Le të jetë matrica A e cila ka matricë të anasjelltë (A^t e transpozuar e matricës A). Atëherë:

- a) $(A^t)^{-1} = A^{-1}$.
- b) $(A^{-1})^t = A^{-1}$.
- c) $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.
- d) $AA^t = I$.

37. Le të jenë β dhe β' dy baza të renditura për hapësirën vektoriale V me dimension të fundëm dhe $Q = [v]_{\beta'}^{\beta}$. Atëherë

- a) Për çdo v nga V , $[v]_{\beta} = [V]_{\beta}' Q$.
- b) Për çdo v nga V , $[v]_{\beta}' = [V]_{\beta} Q$.
- c) Për çdo v nga V , $[v]_{\beta} [v]_{\beta}'^{-1} = Q$.
- d) Për çdo v nga V , $[v]_{\beta} = Q [V]_{\beta}'$.

38. Matricat $A, B \in M_{n \times n}(F)$ janë quajtur të ngjashme kur për ndonjë $Q \in M_{n \times n}(F)$, kemi

- a) $B = Q^t A Q$.
- b) $B = Q A Q^t$.
- c) Q ka të anasjetë dhe $B = Q A (Q^t)^{-1}$.
- d) Q ka të anasjetë dhe $B = Q^{-1} A Q$.

39. Për një hapësirë vektoriale mbi fushën F , hapësira duale e V është hapësira vektoriale

- a) $L(V, V)$.
- b) $L(F, F)$.

- c) $L(F, V)$.
- d) $L(V, F)$.

40. Për një hapësirë vektoriale me dimension të fundëm, cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) Çdo transformim linear është funksion linear.
- b) Çdo hapësirë vektoriale V është izomorfe me hapësirën e tij duale V^* .
- c) Çdo hapësirë vektoriale V është izomorfe me V^{**} .
- d) Çdo hapësirë vektoriale është duale e ndonjë hapësire tjetër vektoriale.

41. Le të jetë A një $m \times n$ matricë. Atëherë rangi i matricës është përkufizuar si:

- a) Numri i rreshtave të A -së.
- b) Numri i shtyllave të A -së.
- c) $\max(m, n)$.
- d) Numri max i rreshtave linearisht të pavarura të A -së.

42. Le të jetë $T: V \rightarrow W$ transformim linear midis hapësirave vektoriale me dimension të fundëm dhe β, γ baza të renditura të V dhe W përkatësisht. Atëherë:

- a) $rgT = \dim W$.
- b) $rgT = \dim V$.
- c) $rgT = \dim W + \dim V$.
- d) $rgT = rg[T]_{\beta}^{\gamma}$.

43. Le të jetë A një $n \times n$ matricë. Në qoftë se P dhe Q janë matrica $m \times m$ dhe $n \times n$, përkatësisht, që kanë të anasjelltë, atëherë

- a) $rg(PAQ) = rgA$.
- b) $rg(PA) \neq rgA$.
- c) $rg(AQ) \neq rgA$.
- d) $rg(QAP) = rgA$.

44. Le të jetë $T: V \rightarrow W$ dhe $U: W \rightarrow Z$ transformime lineare në hapësirat vektoriale me dimension të fundëm V, W, Z . Atëherë

- a) $rg(UT) > rgU$.
- b) $rg(UT) < rgU$.
- c) $rg(UT) \leq rgU$.
- d) $rg(UT) > rgT$.

45. Le të jenë A dhe B dy matrica për të cilat prodhimi AB është i përcaktuar. Atëherë

- a) $rg(AB) > rgA$.
- b) $rg(AB) \leq rgA$.

- c) $rg(AB) > rgB$.
- d) $rg(AB) = rgB$.

46. Le të jetë A një $n \times n$ matricë. Atëherë

- a) A ka të anasjelltë kur $rgA < n$.
- b) A ka të ansjelltë kur $rgA = n$.
- c) A ka të anasjelltë kur $rgA > n$.
- d) A ka të anasjelltë kur $rgA = n - 1$.

47. Le të jetë A një $m \times n$ matricë me elementë realë dhe $c \in \mathbf{R}$ i ndryshëm nga zero. Atëherë:

- a) $rg(cA) = c^2$.
- b) $rg(cA) = rgA$.
- c) $rg(cA) = c \cdot rgA$.
- d) $rg(cA) = c^2 \cdot rgA$.

48. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) Çdo sistem ekuacionesh linearë ka të paktën një zgjidhje.
- b) Çdo sistem ekuacionesh linearë ka të shumtën një zgjidhje.
- c) Çdo sistem ekuacionesh linearë homogjen ka të paktën një zgjidhje.
- d) Çdo sistem me n ekuacione lineare dhe n të panjohura ka të shumtën një zgjidhje.

49. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) Çdo sistem n ekuacionesh linearë dhe n të panjohurish ka të paktën një zgjidhje.
- b) Në qoftë se sistemi homogjen korespondues i një sistemi të dhënë ekuacionesh linearë ka një zgjidhje, atëherë sistemi i dhënë ka zgjidhje.
- c) Në qoftë se matrica e koeficientëve të sistemit homogjen prej n ekuacionesh linearë dhe n të panjohura ka të anasjelltë, atëherë sistemi nuk ka zgjidhje të ndryshme nga zgjidhja zero.
- d) Bashkësia e zgjidhjeve të çdo sistemi prej m ekuacionesh linearë dhe n të panjohura është nënhapësirë e F^n .

50. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë.

- a) Në qoftë se dy rrjeshta të matricës A janë të njëjtë, atëherë $|A| \neq 0$.
- b) Në qoftë se B është matricë e përftuar nga A duke i ndërruar vëndet dy rrjeshtave, atëherë $|B| = |A|$.
- c) Në qoftë se B është matricë e përftuar nga A duke shumëzuar një rrjesht të A me një scalar c , atëherë $|B| = |A|$.

- d) Në qoftë se B është matricë që përftohet nga A duke i shtuar një shumëfish të rrjeshtit i rrjeshtit j ($i \neq j$), atëherë $|B| = |A|$.

51. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) Në qoftë se E është matrica elementare, atëherë $|E| = 0$.
b) Në qoftë se $A, B \in M_{n \times n}(F)$, atëherë $|AB| = |A||B|$.
c) Një matricë M ka të anasjelltë atëherë dhe vetëm atëherë kur $|M| = 0$.
d) $|A^T| = -|A|$.

52. Le të jetë $A \in M_{n \times n}(F)$. Atëherë për çdo skalar $c \in F$

- a) $|cA| = c|A|$.
b) $|cA| = c^n|A|$.
c) $|cA| = c^{n-1}|A|$.
d) $|cA| = c^n|A|$.

53. Matrica $A \in M_{n \times n}(F)$ plotëson barazimin $AA^T = I$. Atëherë

- a) $|A| = 1$.
b) $|A| = -1$.
c) $|A| = \pm 1$.
d) $|A| = 2$.

54. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) Në qoftë se një matricë zërthehet sipas elementeve të një shtylle dhe plotësive algjebrikë të një shtylle tjetër, atëherë rezultati është përcaktori i matricës.
b) Në qoftë se $A \in M_{n \times n}(F)$ dhe B është matricë bashkuese e A -së, atëherë $BA = I$.
c) Çdo sistem ekuacionesh linearë prej n ekuacionesh dhe n të panjohura mund të zgjidhet me rregullën e Kramerit.
d) Le të jetë $AX = B$ forma matricore e një sistemi n ekuacionesh lineare me n të panjohura ku $X = (x_1, \dots, x_n)^T$. Në qoftë se $|A| \neq 0$ dhe M_i është matrica që merret nga A duke zëvendësuar shtyllën e i -të të A me B , atëherë $x_i = |A|^{-1}|M_i|$.

55. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë

- a) Çdo operator linear në një hapësirë vektoriale n -dimensionale ka n vlera vetjake të ndryshme.
b) Në qoftë se një matricë reale ka një vektor vetiakë, atëherë ajo ka një numër të pafundëm vektorësh vetiakë.
c) Vlerat vetiake duhet të jenë skalarë jo-zero.
d) Çdo dy vektorë vetiakë janë linearisht të pavarur.

56. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) Shuma e dy vlerave vetiake të një operatori linear T është gjithashtu vlerë vetiake e T .
- b) Ekziston një matricë që nuk ka vektorë vetiakë.
- c) Matricat e ngjashme kanë gjithmonë të njëjtët vektorë vetjakë.
- d) Shuma e dy vektorëve vetiakë të një operatori linear T është gjithmonë një vektor vetiakë i T .

57. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) Ndonjë operator linearë në një hapësirë vektoriale n -dimensionale i cili ka n vlera vetiake të ndryshme nuk është i diagonalizueshëm.
- b) Vektorët vetiakë që i korespondojnë të njëjtës vlerë vetiake janë gjithmonë linearisht të varur.
- c) Në qoftë se një hapësirë vektoriale është shumë e drejtë e nënhapësirave W_1, W_2, \dots, W_k , atëherë $W_i \cap W_j = \{0\}$, për $i \neq j$.
- d) Në qoftë se $V = \sum_{i=1}^k W_i$ dhe $W_i \cap W_j = \{0\}$, për $i \neq j$, atëherë $V = W_1 \oplus W_2 \oplus \dots \oplus W_k$.

58. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë

- a) Në qoftë se λ është vlerë vetiake e një operatori linear T , atëherë çdo element i E_λ është vektor vetiak i T .
- b) Në qoftë se λ_1, λ_2 janë vlera vetiake të ndryshme të një operatori linear T , atëherë $E_{\lambda_1} \cap E_{\lambda_2} = \{0\}$.
- c) Le të jetë $A \in M_{n \times n}(F)$ dhe $\beta = [x_1, \dots, x_n]$ një bazë e F^n e përbërë nga vektorë vetiakë të A . Në qoftë se Q është $n \times n$ matrica që në shtyllën e i -të është x_i ($i = 1, 2, \dots, n$), atëherë $Q^{-1}AQ$ nuk është diagonal.
- d) Një operator linear T në një hapësirë vektoriale me dimension të fundëm është i diagonalizueshëm atëherë dhe vetëm atëherë kur shumfishiteti i çdo vlerë vetiake λ është i barabartë me $\dim(E_\lambda) - 1$.

59. Le të jetë $A \in M_{n \times n}(F)$ që ka dy vlera vetiake të ndryshme λ_1 dhe λ_2 . Në cilin rast matrica është e diagonalizueshme.

- a) $\dim(E_{\lambda_1}) = n - 1$.
- b) $\dim(E_{\lambda_1}) = n - 2$.
- c) $\dim(E_{\lambda_1}) = n - 3$.
- d) $\dim(E_{\lambda_1}) = n - 4$.

60. Le të jetë $A \in M_{n \times n}(F)$. Atëherë

- a) Në qoftë se A është e diagonalizueshme, A^T nuk është e diagonalizueshme.
- b) Në qoftë se A^T është e diagonalizueshme, atëherë A nuk është e diagonalizueshme.
- c) Në qoftë se A është e diagonalizueshme, atëherë A^T është e diagonalizueshme.
- d) Anjëra

61. Le të jetë V një hapësirë me prodhim të brendshëm (skalar). Atëherë për $x, y, z \in V$ dhe $c \in F$, cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) $(x, y + z) = (x, y) + (y, z)$.
- b) $(x, cy) = \bar{c}(x, y)$.
- c) $(x, x) = 0$ vetëm kur $x \neq 0$.
- d) Në qoftë se $(x, y) = (x, z)$ për çdo $x \in V$, atëherë $y + z = 0$.

62. Në hapësirën vektoriale V me prodhim të brendshëm cili është mosbarazimi Koshi-Shvarc.

- a) $(x, y) > \|x\| \|y\|$.
- b) $(x, y) < \|x\| \|y\|^2$.
- c) $|x, y| \leq \|x\| \|y\|$.
- d) $|x, y| < \|x\| \|y\|$.

63. Në hapësirën vektoriale V me prodhim të brendshëm cili është mosbarazimi i trekëndëshit:

- a) $(x, y) \leq \|x\|^2 + \|y\|^2$.
- b) $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$.
- c) $\|x + y\| > \|x\| + \|y\|$.
- d) $\|x + y\| \leq 2(\|x\| + \|y\|)$.

64. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë

- a) Mosbarazimi i trekëndëshit është i vërtetë vetëm në hapësirat vektoriale me dimension të fundëm dhe me prodhim skalar.
- b) Çdo bashkësi ortogonale është linearisht e pavarur.
- c) Çdo bashkësi ortonormale është linearisht e pavarur.
- d) Çdo bashkësi ortogonale që përmban vektorë jo zero është linearisht e pavarur.

65. Cili nga barazimet e mëposhtme në hapësirën vektoriale V me prodhim të brendshëm është ligji i paralelogramit:

- a) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = \|x\|^2 + 2\|y\|^2$.
- b) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2$.
- c) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2\|x\|^2 + \|y\|^2$.
- d) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = (\|x\|^2 - \|y\|^2)^2$.

66. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- a) Proçesi i ortogonalizimit të Gram-Shmidit na lejon për të ndërtuar një bashkësi ortonormale nga një bashkësi e çfarëdoshme vektoriale.
- b) Çdo hapësirë vektoriale me dimension të fundëm dhe me prodhim skalar ka një bazë ortonormale.
- c) Për ndonjë nënhapësirë W të një hapësirë V me dimension të fundëm dhe me prodhim skalar ne kemi $W \cap W^\perp \neq \mathbf{0}$.
- d) Në qoftë se $\beta = \{x_1, \dots, x_n\}$ është bazë në hapësirën V me prodhim të brendshëm, atëherë për çdo $x \in V$ skalarët (x, x_i) ($i = 1, 2, \dots, n$) janë koeficientët Furie të x .

67. Sa është pjesuesi më i madh i përbashkët i **491** dhe **245** ?

- a) **1**
- b) **7**
- c) **13**
- d) Anjëra.

68. Me sa hapa të algoritmit të Euklidit njehsohet $\text{pmp}(491, 245)$?

- a) **1**
- b) **2**
- c) **3**
- d) Anjëra.

69. Me sa hapa të algoritmit të Euklidit njehsohet $\text{pmp}(3072, 165)$?

- a) **7**
- b) **8**
- c) **9**
- d) Anjëra.

70. Cilët janë përkatësisht koeficientët e 491 e 245 në barazimin Bezu për $\text{pmp}(491, 245)$ të përftuar me algoritmin e Euklidit?

- a) 1, -2.
- b) -1, 2.
- c) -244, 489.
- d) Anjëra.

71. Le të jenë X dhe Y dy bashkësi përkatësisht me nga n e m elemente. Shënojmë me F_{XY} bashkësinë e pasqyrimeve të X në Y . Sa është kardinali i F_{XY} ?

- a) m^n .
- b) nm .
- c) n^m .
- d) Anjëra.

72. Le të jetë X një bashkësi me n elemente dhe $P(X)$ bashkësia e plotësive të saj. Sa është kardinali i $P(X)$?

- a) $2^n - 1$.
- b) 2^n .
- c) $n!$.
- d) Anjëra.

73. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë?

- a) Një grup G ka më shumë se një element identik.
- b) Në një grup G jo çdo element ka simetrik.
- c) Në një grup G ekuacioni $ax = b$ ka zgjidhje $\forall a, b \in G$.
- d) Në një grup G ekziston të paktën një element a i cili ka element simetrik.

74. Cila nga bashkësitë e mëposhtme nuk formon grup në lidhje me veprimin e përcaktuar në të?

- a) $(\mathbb{R}, +)$.
- b) $(\mathbb{R}^+, +)$.
- c) $(\mathbb{Q}, +)$.
- d) $(\mathbb{C}, +)$.

75. Cili nga pohimet e mëposhtme nuk është i vërtetë:

- a) Në qoftë se G' është nëngrup i grupit G , atëherë për çdo $a \in G'$ edhe $a^{-1} \in G'$.
- b) Një nënbashkësi G' e mbajtëses së grupit G është nëngrup i grupit G atëherë dhe vetëm atëherë kur për çdo $a, b \in G'$ edhe $a^{-1}b \in G'$.
- c) Çdo grup është nëngrup i vetvetes.
- d) Çdo nënbashkësi i një grupi është nëngrup në lidhje me veprimin e induktuar nga grupi.

76. Cili nga pohimet e mëposhtme nuk është i vërtetë?

- a) Çdo grup ciklik është abelian.
- b) Çdo nëngrup i një grupi ciklik është abelian.
- c) Çdo grup abelian është ciklik.
- d) Në qoftë se a është përfutës i një grupi të fundëm ciklik G me rend n , atëherë përfutës të tjerë të tij janë dhe elementet e trajtës a^r ku r është i thjeshtë me n .

77. Cili nga pohimet e mëposhtme nuk është i vërtetë?

- a) Në qoftë se G dhe G' janë nëngrupe të grupit G , atëherë $G \cap G'$ është nëngrup.
- b) \mathbb{Q} në lidhje me mbledhjen është grup ciklik.
- c) Në qoftë se H dhe K janë nëngrupe të grupit G , $H \cup K$ është nëngrup i grupit G vetëm kur $H \subseteq K$ dhe $K \subseteq H$.

- d) Në qoftë se G_1 dhe G_2 janë nëngrupe të grupit G , $G_1 \cup G_2$ është nëngrup i grupit G vetëm kur $G_1 \subseteq G_2$ ose $G_2 \subseteq G_1$.

78. Eshtë dhënë bashkësia $I = \{a + ib \in \mathbb{C} / (a, b \in \mathbb{Z})\}$. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë:

- $(I, +)$ është grup abelian.
- (I, \cdot) është grup abelian.
- $(I, +, \cdot)$ është fushë.
- (I^*, \cdot) është grup abelian.

79. Në bashkësinë \mathbb{R}^+ janë përcaktuar veprimet \oplus dhe \odot $a \oplus b = \frac{a+b}{2}$ dhe $a \odot b = \frac{a^2 + b^2}{2}$. Cili nga pohimet e mëposhtme është veti e përkufizimit të unazës që plotësohen për to?

- Të gjithë elementet kanë të anasjellë në lidhje me shumëzimin.
- Ka pjesëtues të zeros.
- Ka vetinë e ndërrimit në lidhje me shumëzimin.
- Ka vetinë e shoqërimit në lidhje me mbledhjen.

80. Në bashkësinë \mathbb{R}^+ janë përcaktuar veprimet \oplus dhe \odot $a \oplus b = \frac{a+b}{2}$ dhe $a \odot b = \frac{a^2 + b^2}{2}$. Cili nga pohimet e mëposhtme nuk është veti e përkufizimit të unazës që plotësohen për to?

- Ka vetinë e ndërrimit në lidhje me mbledhjen.
- Ka vetinë e shoqërimit në lidhje me mbledhjen.
- Çdo element ka të kundërt në lidhje me mbledhjen.
- Anjëra.

81. Një nënbashkësi H e një grupi G është nëngrup i G vetëm kur

- H është pjesë e qëndrueshme në lidhje me veprimin e induktuar nga G .
- H është e ndryshme nga boshe dhe për çdo $a \in H$ edhe $a^{-1} \in H$.
- Kur për çdo $a, b \in H$ edhe $ab^{-1} \in H$.
- Anjëra.

82. Në qoftë se G është grup në lidhje me veprimin $*$, atëherë cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë?

- Ekuacioni $a * x = b$ ka më shumë se një zgjidhje për çdo $a, b \in G$.
- Ekuacioni $a * x = b$ ka të paktën një zgjidhje për çdo $a, b \in G$.
- Ekuacioni $a * x = b$ nuk ka zgjidhje për çdo $a, b \in G$.

d) Ekuacioni $a * x = b$ ka vetëm një zgjidhje për çdo $a, b \in G$.

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R}) : |A| \neq 0 \right\}$$

83. Le të na jetë dhënë bashkësia dhe veprimi $+$ dhe \cdot janë përkatësisht mbledhja dhe shumëzimi i matricave. Cili nga pohimet e mëposhtme është i vërtetë?

- $(G, +)$ është grup.
- $(G, +)$ nuk është grup sepse nuk ka matricën njësi.
- (G, \cdot) është grup.
- Anjëra.

84. Në qoftë se $f: G \rightarrow G'$ është homomorfizëm grupesh, atëherë

- Bërthama e f , $\text{Ker} f$, është nëngrup i G' .
- Imazhi i f , $\text{Im} f$, është nëngrup i G .
- Homomorfizmi f është injektiv kur $\text{Ker} f = \{e_G\}$.
- $\text{Ker} f = \{e_G\}$ vetëm kur f është injektiv.

85. Le të jetë G një grup. Cili nga pohimet nuk është i vërtetë:

- Në qoftë se G është grup abelian, atëherë pasqyrimi $f: G \rightarrow G$ i përcaktuar nga $f(x) = x^2$ është homomorfizëm.
- Në qoftë se G është grup dhe pasqyrimi $f: G \rightarrow G$ i përcaktuar nga $f(x) = x^2$ është homomorfizëm, atëherë grupi G është abelian.
- Në qoftë se G është grup abelian, atëherë pasqyrimi $f: G \rightarrow G$ i përcaktuar nga $f(x) = x^{-1}$ është homomorfizëm.
- Në qoftë se G është grup dhe pasqyrimi $f: G \rightarrow G$ i përcaktuar nga $f(x) = x^2$ është homomorfizëm, atëherë grupi G s'është abelian.

86. Në qoftë se G është grup cili nga pohimet nuk është i vërtetë:

- Grupi G është abelian vetëm kur $\forall a, b \in G, (ab)^2 = a^2 b^2$.
- Në qoftë se G është grup, atëherë $(ab)^{-1} = a^{-1} b^{-1}$.
- Në qoftë se grupi është abelian, atëherë çdo nëngrup i tij është abelian.
- Në qoftë se G është grup dhe $(ab)^{-1} = a^{-1} b^{-1}$, atëherë grupi G është abelian.

87. Cili nga pohimet është i vërtetë:

- Çdo homomorfizëm grupesh është pasqyrim injektiv.
- Çdo homomorfizëm grupesh është pasqyrim surjektiv.
- Kompozimi i dy homomorfizmash grupesh kur ekziston është homomorfizëm grupesh.
- Anjëra.

88. Cilat nga unazat është unazë e plotë.

- a) \mathbf{Z}_4 .
- b) $\mathbf{Z}_3 \times \mathbf{Z}_3$.
- c) \mathbf{Z}_5 .
- d) Anjëra.

89. Cili nga pohimet nuk është i vërtetë:

- a) Çdo unazë ka element asnjës në lidhje me shumëzimin.
- b) Në çdo unazë mbledhja ka vetinë e ndërrimit.
- c) Në unazë, çdo element ka vetëm një element simetrik në lidhje me mbledhjen.
- d) Çdo fushë është unazë.

90. Cila nga vetitë nuk është e vërtetë në unaza:

- a) $a(-b) = -(ab)$.
- b) $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$.
- c) $a(b-c) = ac - ac$.
- d) $(a^m)^n = a^{mn}$.

91. Cili nga pohimet është i vërtetë:

- a) Një nënbashkësi S e unazës R është nënunazë e R vetëm kur $0_R \in S$ dhe $a-b \in S$ për çdo $a, b \in S$.
- b) Një nënbashkësi S e unazës R është nënunazë e R vetëm kur $0_R \in S$ dhe $ab \in S$ për çdo $a, b \in S$.
- c) Një nënbashkësi S e unazës R është nënunazë e R vetëm kur $S \neq \emptyset$, $ab \in S$ dhe $a-b \in S$ për çdo $a, b \in S$.
- d) Anjëra.

92. Cili nga pohimet është i vërtetë:

- a) Një element a në një unazë R quhet nilpotent në qoftë se ekziston një numër i plotë n i tillë që $a^n = 0$.
- b) Një element a në një unazë R quhet nilpotent në qoftë se $a^2 = a$.
- c) Një element a në një unazë R quhet nilpotent në qoftë se $na = 0$.
- d) Anjëra.

93. Cili nga pohimet nuk është i vërtetë.

- a) Një nënbashkësi jo boshe e një unaze R është nënunazë e saj vetëm kur për çdo $a, b \in S, ab \in S$ dhe $a-b \in S$.
- b) Qendra e një unaze është nënunazë e unazës.
- c) Në unazën unitare elementet që kanë të anasjelltë, nuk janë pjesëtues të zeros.
- d) Çdo unazë e plotë është fushë.

94. Le të jetë $f: R \rightarrow S$ homomorfizëm i unazës R në unazën S . Atëherë

- a) Bërthama e f , $\text{Ker} f$, është nënunazë e S .

- b) Në qoftë se f është injektiv, atëherë $\text{Ker}f \neq \{0_R\}$.
- c) $\text{Ker}f = \{0_R\}$ gjithmonë.
- d) Në qoftë se f është surjektiv, atëherë $\text{Im}f = S$.

95. Funkzioni $f: R \rightarrow S$ i unazës R në unazën S quhet homomorfizëm unazash në qoftë se :

- a) $\forall a, b \in R, f(a + b) = f(a) + f(b)$.
- b) $\forall a, b \in R, f(a \cdot b) = f(a) \cdot f(b)$.
- c) $f(0_R) = 0_S$.
- d) $\forall a, b \in R, f(a + b) = f(a) + f(b), f(a \cdot b) = f(a) \cdot f(b)$.

96. Le të jetë $f: R \rightarrow S$ homomorfizëm i unazës R në unazën S . Homomorfizmi f është izomorfizëm vetëm kur

- a) Homomorfizimi f është injektiv.
- b) Homomorfizimi f është surjektiv.
- c) $\text{Ker}f = \{0_R\}$.
- d) $\text{Ker}f = \{0_R\}$ dhe $\text{Im}f = S$.

97. Le të jetë $f: R \rightarrow S$ homomorfizëm i unazës R në unazën S . Atëherë

- a) Në qoftë se R është unazë ndërrimtare, atëherë $f(R)$ është unazë ndërrimtare.
- b) Në qoftë se R është unazë unitare, atëherë $f(R)$ është unazë unitare.
- c) $f(R)$ është nën-unazë e R .
- d) Në qoftë se f është izomorfizëm dhe a është pjesëtues i zeros në R , atëherë $f(a)$ është pjesëtues i zeros në S .

98. Në unazën \mathbb{Z}_{13} , cili nga elementet nuk është pjesëtues i zeros:

- a) $\overline{2}$.
- b) $\overline{6}$.
- c) $\overline{3}$.
- d) $\overline{5}$.

99. Në unazën \mathbb{Z}_{24} , cili nga elementet nuk është pjesëtues i zeros:

- a) $\overline{8}$.
- b) $\overline{6}$.
- c) $\overline{3}$.
- d) $\overline{7}$.

100. Në unazën \mathbb{Z}_{12} , cili nga elementet nuk është pjesëtues i zeros:

- a) $\overline{2}$.
- b) $\overline{6}$.
- c) $\overline{3}$.

d) $\bar{7}$.

101. Cilat prej thënieve të më poshtme është pohim:

- a) Trekëndëshi është negativ.
- b) $3 \cdot 5 = 16$.
- c) Shahu është lojë e bukur.
- d) Je madhështor!

102. Cili nga thëniet e mëposhtme nuk është pohim:

- a) $5 + 4 = 9$.
- b) Syprina e trekëndëshit është sa prodhimi i gjatësisë të dy brinjëve të njëpasnjëshme.
- c) $2 + 5 > 10$.
- d) Kush është ai.

103. Cilët nga sistemet e vektorëve formon bazë të \mathbf{R}^3 .

- a) $\alpha_1 = (2, 3, 1), \alpha_2 = (-1, 1, 2), \alpha_3 = (1, 4, 3)$.
- b) $\alpha_1 = (1, 0, 1), \alpha_2 = (0, 0, 0), \alpha_3 = (1, 1, 1)$.
- c) $\alpha_1 = (2, -1, 1), \alpha_2 = (1, 0, 2)$.
- d) $\alpha_1 = (1, 0, 1), \alpha_2 = (-1, 1, 1), \alpha_3 = (0, 1, 1)$.

104. Cilët nga sistemet e vektorëve formon bazë të \mathbf{R}^2 .

- a) $\alpha_1 = (1, 2), \alpha_2 = (-1, 1)$.
- b) $\alpha_1 = (0, 0), \alpha_2 = (1, 1), \alpha_3 = (-2, -2)$.
- c) $\alpha_1 = (1, 3), \alpha_2 = (2, -3), \alpha_3 = (0, -3)$.
- d) $\alpha_1 = (2, 4), \alpha_2 = (-1, -2)$.

105. Cilët nga sistemet e vektorëve formon bazë të \mathbf{R}^3 .

- a) $\alpha_1 = (1, -1, 2), \alpha_2 = (-0, 1, 1)$.
- b) $\alpha_1 = (2, 2, 3), \alpha_2 = (0, 0, 0), \alpha_3 = (-1, -2, 1)$.
- c) $\alpha_1 = (2, 2, 3), \alpha_2 = (0, 1, 0), \alpha_3 = (-1, 0, 1)$.
- d) $\alpha_1 = (1, 0, 0), \alpha_2 = (0, 1, 0), \alpha_3 = (0, 0, 1), \alpha_4 = (1, 1, 1)$.

106. Jepen matricat $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ dhe $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. Matrica prodhim AB është:

- a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$.
- b) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- c) $\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$.
- d) Anjëra.

107. Le të jenë A dhe B dy nënbashkësi të bashkësisë S . Cili nga vetitë e mëposhtme nuk është i vërtetë:

- a) $(A \cup B)' = A' \cup B'$.

- b) $A \cap A' = \emptyset$.
- c) $A \cup B = B \Leftrightarrow A \cap B = B$.
- d) $A \subseteq B \Leftrightarrow A' \supseteq B'$.

108. Le të jenë A dhe B dy nënbashkësi të bashkësis S . Cili nga vetitë e mëposhtme nuk është i vërtetë:

- a) $(A \cap B)' = A' \cup B'$.
- b) $(A')' = A$.
- c) $A \cup A' = S$.
- d) $A \cup A' = \emptyset$.

109. Le të jenë A dhe B dy nënbashkësi të bashkësis S . Cili nga vetitë e mëposhtme nuk është i vërtetë:

- a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
- b) $A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- c) $A \cup B = B \cup A$.
- d) $A \cup A' = \emptyset$.

110. Le të jenë A dhe B dy nënbashkësi të bashkësis S . Cili nga vetitë e mëposhtme nuk është i vërtetë:

- a) $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$.
- b) $A \subseteq B \Leftrightarrow A' \supseteq B'$.
- c) $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A' \subseteq B$.
- d) $A \cup B = A \Leftrightarrow A \cap B = A$.