

REPUBLIKA E SHQIPËRISË
MINISTRIA E ARSIMIT
DHE SPORTIT
AGJENCIA KOMBËTARE E PROVIMEVE

PROVIMET KOMBËTARE TË ARSIMIT BAZË

SESIONI I

E Enjte, 23 qershor 2016

Ora 10.00

Lënda: Matematikë

Udhëzime për nxënësin

Testi në total ka **25 pyetje**.

Trembëdhjetë pyetje janë me zgjedhje (qarkim).

Dymbëdhjetë pyetje janë me zhvillim.

Në pyetjet me zgjedhje qarkoni **vetëm** shkronjën përbri përgjigjes së saktë, ndërsa për pyetjet me zhvillim është dhënë hapësira e nevojshme për të shkruar përgjigjen.

Koha për zhvillimin e pyetjeve të testit është **2 orë e 30 minuta**.

Pikët për secilën pyetje janë dhënë përbri saj.

Për përdorim nga komisioni i vlerësimit

Kërkesa	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Pikët									
Kërkesa	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Pikët									
Kërkesa	19a	19b	20	21	22	23	24	25a	25b
Pikët									

Totali i pikëve

KOMISIONI I VLERËSIMIT

1..... Anëtar

2..... Anëtar

1. Jepen bashkësitë $A =]-3,0]$ dhe $B =]-1,2[$. $A \cap B$ është bashkësia:

1 pikë

- A) $] -3,2[$
B) $] -1,0[$
C) $[0,2]$
D) $] -1,0]$

2. Jepet ekuacioni $-x^2 + 2x - 4 = 0$. Shuma e rrënjëve të ekuacionit është:

1 pikë

- A) -4
B) -2
C) 2
D) 4

3. Sipërfaqja e rrethit është $16\pi \text{ cm}^2$. Rrezja e tij është:

1 pikë

- A) 2
B) 4
C) 6
D) 8

4. Numri i rrënjëve të ekuacionit $x^2 + x + 1 = 0$ është:

1 pikë

- A) 0
B) 1
C) 2
D) 3

5. Në drejtkëndëshin me diagonale 5cm dhe një brinjë 3cm, brinja tjetër është:

1 pikë

- A) -3
B) 2
C) 4
D) 5

6. Drejtëza $2x - y - 4 = 0$ pret boshtin OX në pikën me abshisë:

1 pikë

- A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

7. Vektorët $\vec{a} = \begin{pmatrix} x-1 \\ 2 \end{pmatrix}$ dhe $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix}$ janë të barabarta. $x + y$ është:

1 pikë

- A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

8. Vlera e $3^{-2} \cdot 3^4$ është:

- A) 3
- B) 6
- C) 9
- D) 12

1 pikë

9. Brinjët e një trekëndëshi janë 4cm, 6cm, 8cm. Brinja më e vogël e një trekëndëshi të ngjajshëm me të është 2cm. Brinja më e madhe e tij në cm është:

- A) 3
- B) 4
- C) 6
- D) 8

1 pikë

10. Vlera e shprehjes $\frac{6}{\sqrt{3}}$ është:

- A) $2\sqrt{3}$
- B) $3\sqrt{3}$
- C) $4\sqrt{3}$
- D) 6

1 pikë

11. Vlera e pa lejuar e ndryshores tek shprehja $\frac{5}{2x-6}$ është:

- A) 0
- B) 1
- C) 3
- D) 4

1 pikë

12. Gjeni kufizën e 5-të të këtij vargu 9, 11, 13, 15,...

- A) 9
- B) 13
- C) 17
- D) 21

1 pikë

13. Shprehja $3(x-2) - 2(x-3)$ është e njëllefshme me:

- A) x
- B) x+6
- C) x-6
- D) 5x

1 pikë

14. Gjeni bashkësinë e vlerave të lejuara të funksionit $y = \sqrt{\frac{x-3}{2-x}}$.

3 pikë

Bashkësia e vlerave të lejuara për funksionin:

$$\begin{cases} \frac{x-3}{2-x} \geq 0 \\ 2-x \neq 0 \end{cases}$$

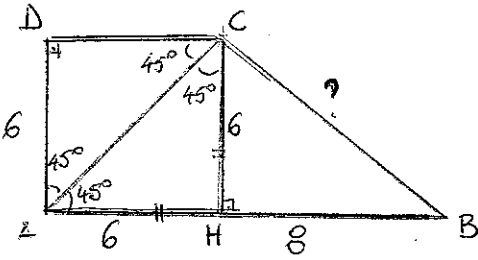
shpallim shprehjen me tabelë.

$x-3$	-		-	0	+
$2-x$	+	0	-	-	-
H	-		+	-	-
$H \geq 0$					

Zgjidhje është $A =]2, 3]$

15. Në një trapez kënddrejtë ABCD ($\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$). Diagonjali AC është përgjysmore e këndit \hat{A} . Jepet AD=6, AB=14. Gjeni CB.

3 pikë



• Skicojme figurën.
 • Heqim $CH \perp AB$
 Meqë AC është përgjysmore e $\hat{A} \Rightarrow \hat{ACH} = 45^\circ$
 $CH = AD = 6$ sepse $\hat{A} = \hat{C} = 45^\circ$

$AH = DC = 6 \Rightarrow AHCD$ katror

• $HB = AB - AH = 8$ $HB = 8$ (ryesi)

Në $\triangle CHB$, $\hat{H} = 90^\circ$

$BC^2 = CH^2 + HB^2$ nga teorema e Pitagorës.

$BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$
 $BC^2 = 100$

$BC = 10$ (ryesi)

16. Të zgjidhet ekuacioni $\frac{x^2+x}{x} = 1$

3 pikë

1) Përcaktojmë bashkësinë e vlerave të lejuara.
 $x \neq 0$, $E = R - \{0\}$

2) $\frac{x^2+x}{x} = 1 \Rightarrow \cancel{x} \frac{(x+1)}{\cancel{x}} = 1 \Rightarrow x+1=1 \Rightarrow \boxed{x=0}$

3) Zgjidhja e ekuacionit $\{ A = \emptyset \}$

17. Të zgjidhet sistemi $\begin{cases} y+x=3 \\ 2x-y=-6 \end{cases}$

3 pikë

Shtojmë x në varësi të y për ekuacionin (1)
 $x = 3 - y$

Zëvendësojmë tek ekuacioni (2)

$2(3-y) = y - 6$
 $6 - 2y - y = -6$
 $-3y = -12$
 $y = 4$

PROVA
 $\begin{cases} 4-1=3 \\ 2(-1)-4=-6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3=3 \\ -6=-6 \end{cases}$

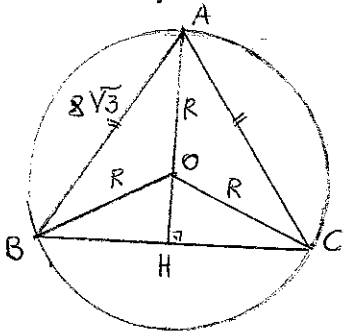
$x = -1 \wedge y = 4$ rrezultojnë Atdetimin e ekuacioneve.

$A = \{-1, 4\}$

Zëvendësojmë tek ekuacioni i (1)
 $y = 4 \Rightarrow \begin{cases} 4+x=3 \\ x=-1 \end{cases}$

18. Gjeni rrezen e rrethit jashtëshkruar trekëndëshit barabrinjës me brinjë $8\sqrt{3}$.

3 pikë



Në trekëndëshin barabrinjës, lartësitet e tij janë njëkohsisht mesore dhe përpyrësore.

Piketëzëra e mesoreve në pikën O e ndan çdo mesore në raportin 2 me 1.

$$AO : OH = 2 : 1 \quad AO = \frac{2}{3} AH, \quad AO = R$$

$$R = \frac{2}{3} h \quad AH^2 = AB^2 - BH^2 \quad h^2 = (8\sqrt{3})^2 - (4\sqrt{3})^2 = 3(64 - 16)$$

$$h^2 = 3 \cdot 48 \Rightarrow |h = 12| \text{ njësi}$$

Zhvendosim me $R = \frac{2}{3} \cdot 12 = 8$ | $R = 8$ | njësi

METODA II

$\angle ABH = 60^\circ$ Në $\triangle BOH$, $\angle OBH = 30^\circ$, $\angle OHB = 90^\circ$ $OH = \frac{1}{2} BO$

$$OH = \frac{R}{2}, \quad R^2 = \left(\frac{R}{2}\right)^2 + (4\sqrt{3})^2$$

$$R^2 = \frac{R^2}{4} + 48 \quad R^2 = 64 \Rightarrow |R = 8| \text{ njësi}$$

19. Jepet funksioni $y = -x^2 + 4$

a) Gjeni pikat e prerjes me dy boshtet koordinative dhe ndërtoni grafikun e funksionit.

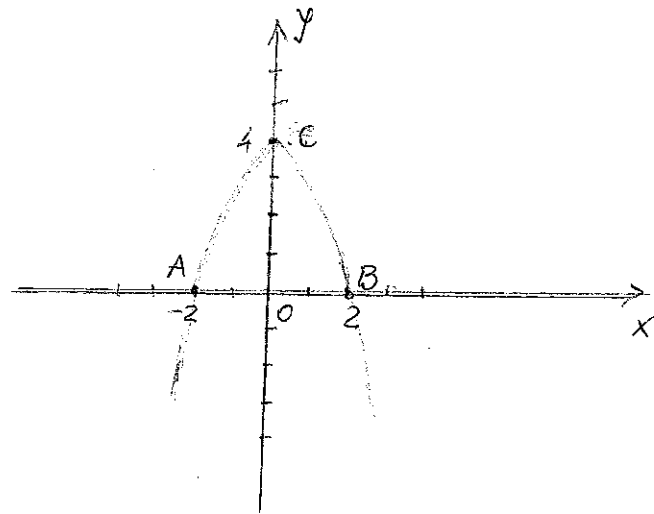
3 pikë

Pikat e prerjes me boshtin ox genden:

$$\begin{cases} y = -x^2 + 4 \Rightarrow x = \pm 2 & A(-2, 0) \\ y = 0 & B(2, 0) \end{cases}$$

Pikat e prerjes me boshtin oy:

$$\begin{cases} y = -x^2 + 4 \Rightarrow y = 4 & C(0, 4) \\ x = 0 \end{cases}$$



Skicojmë grafikun (qas vlerave të funksionit me Ayer).

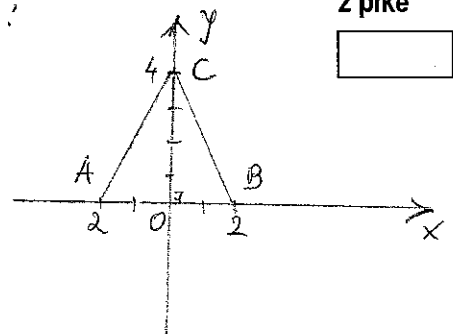
($a = -1$, grafiku i funksionit është parabol me degë poshtë)

b) Gjeni syprinën e trekëndëshit me kulme në pikat e prerjes së grafikut të funksionit me boshtet koordinative.

2 pikë

Sipërfaqja e $\triangle ABC$ gendet me formulën:

$$S_{\Delta} = \frac{AB \cdot CO}{2} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8 \text{ njësi katore.}$$



20. Për ç'vlerë të x vlera e shprehjes $\frac{2x-1}{3}$ është më e vogël se vlera e $x-2$.

2 pikë

Ndërtojme ekuacionin:

$$\frac{2x-1}{3} < x-2$$

$$2x-1 < 3(x-2)$$

$$2x-1 < 3x-6$$

$$2x-3x < 1-6$$

$$-x < -5$$

$$x > 5$$

Është e shtjelluar $A =]5, +\infty[$

21. Gjeni bashkësinë e vlerave të parametrin m për të cilin ekuacioni $x^2 - 4x + m = 0$ nuk ka rrënjë reale.

3 pikë

• Përdorim kushtin $\Delta < 0$

• Gjejmë dallorin $\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4m$

$$\text{M.q.s } \Delta < 0 \Rightarrow 16 - 4m < 0 \quad 16 < 4m \Rightarrow m > 4$$

Për $m > 4$ ekuacioni $x^2 - 4x + m$ nuk ka rrënjë reale.

22. Kulmi i grafikut të parabolës, $y = 2x^2 + ax + 2$ është në boshtin OX. Gjeni a .

2 pikë

• Shënojmë koordinatat e kulmit $K(x_k, 0)$

$$y_k = 0$$

$$y = 2x^2 + ax + 2 \quad y_k = \frac{-D}{4A} = 0$$

$$A = 2$$

$$B = a$$

$$C = 2$$

$$D = B^2 - 4AC = a^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = a^2 - 16$$

$$y_k = \frac{-(a^2 - 16)}{4 \cdot 2} = 0$$

$$\frac{-a^2 + 16}{8} = 0$$

$$-a^2 + 16 = 0$$

$$a = \pm 4$$

Për $a = 4$ dhe $a = -4$ kulmi i parabolës është në boshtin OX.

23. Jepet barazimi $3^x \cdot 3^y = 27$. Gjeni mesataren e numrave x, y

2 pikë

Nisemi nga barazimi i dhënë për të gjetur mesataren e x, y .

$$3^x \cdot 3^y = 27$$

$$3^{x+y} = 27$$

$$x+y=3$$

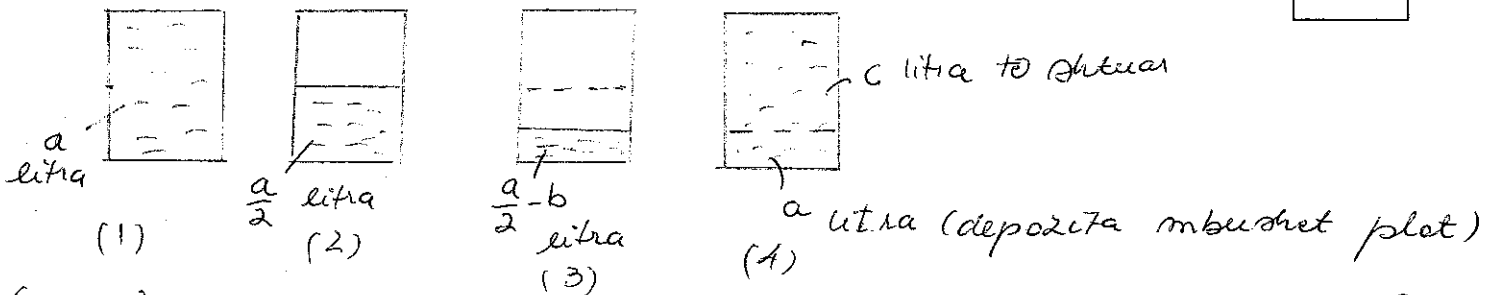
Duke përdorur njehsin e jame dy vlera, mesatarja e tyre është

$$M_e = \frac{x+y}{2} = \frac{3}{2}$$

$$M_e = 1,5$$

24. Depozita e një makine që mban a litra është e mbushur përgjysëm. Pasi harxhohet b litra depozita mbushet plot dhe shpenzohen t lekë për këtë mbushje. Sa kushton një litër benzin?

3 pikë



$$\left(\frac{a}{2} - b\right) + c = a \quad (\text{duke shtuar } c \text{ litra depozita mbushet plot})$$

$$c = a - \frac{a}{2} + b = \frac{a}{2} + b \quad (\text{për këtë sasi "c" litrash shpenzohen "t" lekë})$$

c litra $\rightarrow t$ lekë
 1 litër $\rightarrow x$ lekë

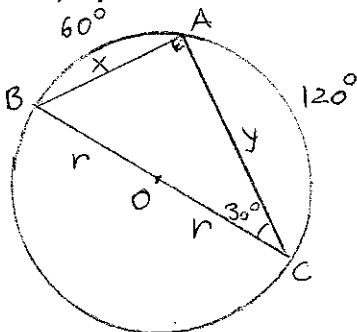
$$\Rightarrow x = \frac{t}{c} \quad x = \frac{t}{\frac{a}{2} + b} = \frac{t}{\frac{a+2b}{2}} = \frac{2t}{a+2b}$$

$$x = \frac{2t}{a+2b} \text{ lekë.}$$

25. Kordat AB dhe AC në rrethin me rreze 10 cm presin harqet me masë 60° dhe 120° .

a) Gjeni AB dhe AC.

3 pikë



Argëtojmë që BC është diametri.

$$\widehat{AB} + \widehat{AC} = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} \text{ gjysëm rreth}$$

$$BC = 2r \Rightarrow BC = 2 \cdot 10 = 20$$

BC diametri.

$$BC = 20 \text{ njysi}$$

$\widehat{BAC} = 90^\circ$ mbështetet me diametri.

$$\widehat{ACB} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \Rightarrow AB = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10$$

$$AB = 10 \text{ njysi}$$

Në $\triangle ABC$, $\widehat{A} = 90^\circ$ nga rëndësia e teoremit të Pitagorës

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 20^2 - 10^2 = 300$$

$$AC = 10\sqrt{3} \text{ njysi}$$

ME NYRA II

Në $\triangle ABC$, $\widehat{A} = 90^\circ$

$$\frac{AC}{BC} = \cos 30^\circ$$

$$AC = BC \cos 30^\circ = 20 \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$$

$$AC = 10\sqrt{3} \text{ njysi}$$

b) Gjej sinusin dhe kosinusin e këndit ABC.

2 pikë

$$\widehat{ABC} = \widehat{AC} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{AC} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\cos \widehat{ABC} = \frac{1}{2}}$$

$$\widehat{ABC} = 60^\circ$$

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} = \frac{10\sqrt{3}}{20} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{\sin \widehat{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\widehat{ABC} = 60^\circ$$