



REPUBLIKA E SHQIPËRISË
MINISTRIA E ARSIMIT
DHE SPORTIT
QENDRA E SHËRBIMEVE ARSIMORE

PROVIMI I MATURËS SHTETËRORE 2017

SESIONI I

VARIANTI A

E enjte, 15 qershor 2017

Ora 10.00

Lënda: MATEMATIKË (GJIMNAZI GJUHËSOR)

ZGJIDHJE

1. Përgjigjet për pyetjet 1-13.

Pyetja	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Alternativa e sakte	A	C	B	C	D	A	A	B	C	B	A	B	D

2. Një mënyrë zgjidhje për pyetjet 14-25

14.

2 pikë

$$m = \frac{6+8+(x+2)+10+(2x-1)+2}{6} = 8$$

$$27 + 3x = 48$$

$$3x = 21$$

$$x = 7$$

15.

2 pikë

$$n(H) = 20$$

$$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 5, 10, 15\}$$

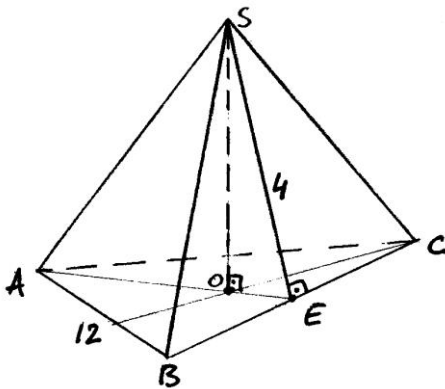
$$n(A) = 8$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(H)} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

16.

a)

1 pikë



Piramidë e rregullt 3-këndore $\Rightarrow \triangle ABC$ barabrinjës.

$$b = 12 \text{ cm}$$

$SO \perp \text{pl}(ABC) \Rightarrow O$ qendra e $\triangle ABC$

$$S_a = \frac{P \cdot \text{apotemë}}{2}$$

$$S_a = \frac{3 \cdot 12 \cdot 4}{2} = 72 \text{ cm}^2$$

b)

3 pikë

$$V = \frac{1}{3} S_b \cdot h$$

$$S_b = \frac{b^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{12^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{144 \sqrt{3}}{4} = 36 \sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$SO \perp \text{pl}(ABC)$, SE e pjerrët $\Rightarrow OE = \text{proj} \perp$ i SE

Meqë SE (apotemë) $\perp BC \Rightarrow$ nga T e 3 \perp : $OE \perp BC$

$$OE = \frac{1}{3} AE \text{ ku } AE = \frac{b \sqrt{3}}{2} = \frac{12 \sqrt{3}}{2} = 6 \sqrt{3} \Rightarrow OE = 2 \sqrt{3}$$

Në \triangle kënddrejtë SOE : $SO^2 = SE^2 - OE^2 = 4^2 - (2 \sqrt{3})^2 = 16 - 12 = 4$

Pra, $SO = 2 \text{ cm}$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 36 \sqrt{3} \cdot 2 = 24 \sqrt{3} \text{ cm}^3$$

17.

a)

2 pikë

Ekuacioni i thjeshtuar i hiperbolës:

$$\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$$

$$a^2 = 5 \Rightarrow a = \sqrt{5}$$

$$b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$$

$$c^2 = a^2 + b^2 = 5 + 4 = 9 \Rightarrow c = 3$$

b) 2 pikë

$$k_{t_{gj}} = k_d = -2$$

$$(t_{gj}): y = -2x + t$$

Nga kushti i tangjencës: $a^2k^2 - b^2 = t^2$

$$5(-2)^2 - 4 = t^2 \Rightarrow t^2 = 16 \Rightarrow t = \pm 4$$

$$(t_{gj}): y = -2x \pm 4$$

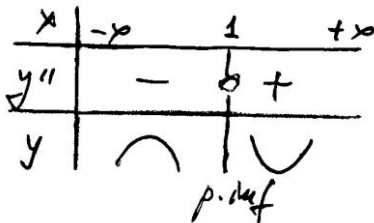
18. 3 pikë

Për të studiuar përkulshmërinë e grafikut të funksionit studiojmë shenjën e derivatit të dytë:

$$y' = (x^3 - 3x^2 + x + 7)' = 3x^2 - 6x + 1$$

$$y'' = (3x^2 - 6x + 1)' = 6x - 6$$

$$y'' = 0 \Rightarrow 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1$$



Në intervalin $]-\infty; 1[$ grafiku i funksionit është i mysët

Në intervalin $]1; +\infty[$ grafiku i funksionit është i lugët

$$f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 1 + 7 = 6$$

Pika $P(1; 6)$ është pikë infleksioni.

19. 3 pikë

Bashkësia e vlerave të lejuara të x-it është: $\begin{cases} x > 0 \\ 6 - x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 6 \end{cases} \quad E =]0; 6[$

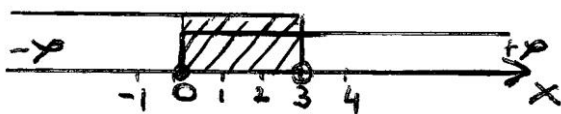


Për cdo $x \in E$: $\log x = \log(6 - x) \Rightarrow x = 6 - x \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$, por $3 \in E \Rightarrow$

Bashkësia e zgjidhjeve $A = \{3\}$

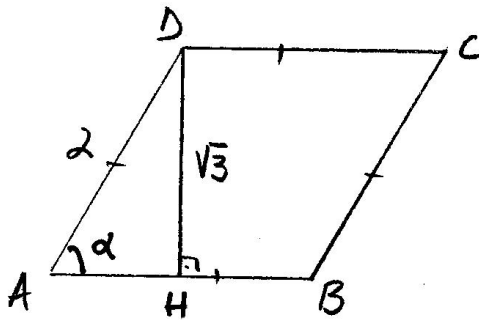
20. 3 pikë

Bashkësia e përcaktimit: $\begin{cases} x \geq 0 \\ 3 - x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < 3 \end{cases} \quad E = [0; 3[$



21.

2 pikë



$$P = 8 \text{ cm} \Rightarrow b = 2 \text{ cm}$$

$$S = b \cdot h$$

$$S = 2 \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$\text{Në } \triangle \text{kënddrejtë AHD} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{DH}{AD}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\text{pra } m(\widehat{DAB}) = 60^\circ \text{ dhe } m(\widehat{ABC}) = 120^\circ$$

22.

3 pikë

Për $x > 1$, $f(x) = 5 + Mx$ është i vazhdueshëm si funksion i zakonshëm.

Për $x < 1$, $f(x) = x^2 + 1$ është i vazhdueshëm si funksion i zakonshëm.

Që funksioni të jetë i vazhdueshëm në $x=1$, duhet të plotësojë njëherazi 3 kushte:

1) Të $\exists f(1): f(1) = 1^2 + 1 = 2$

2) Të $\exists \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ pra $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} x^2 + 1 = 2$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} (5 + Mx) = 5 + M$
 duhet $2 = 5 + M \Rightarrow M = -3$ Atëherë $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$

3) $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$. Për $M = -3$ kemi: $f(1) = 2 = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

Përgjigje: Për $M = -3$ funksioni është i vazhdueshëm në \mathbb{R} .

23.

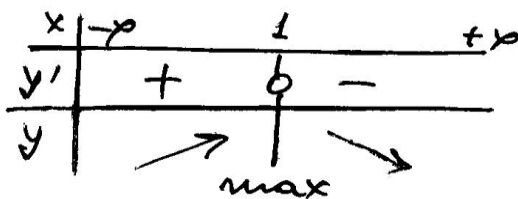
a)

3 pikë

Për të studiuar monotoninë e funksionit, studiojmë shenjë e derivatit të parë për cdo $x \in \mathbb{R}$.

$$y'(x) = (1 + 2x - x^2)' = 2 - 2x$$

$$y' = 0 \Rightarrow 2 - 2x = 0 \Rightarrow x = 1$$



Në intervalin $]-\infty; 1[$ funksioni është rritës

Në intervalin $]1; +\infty[$ funksioni është zbritës

b) 2 pikë

Ekuacioni i tangjentes ka trajtën: $y-f(2) = f'(2) (x-2)$

$$f(2) = 1 + 2 \cdot 2 - 2^2 = 1$$

$$f'(2) = 2 - 2 \cdot 2 = -2$$

$$(t_{gj}): y - 1 = -2(x - 2)$$

$$y - 1 = -2x + 4$$

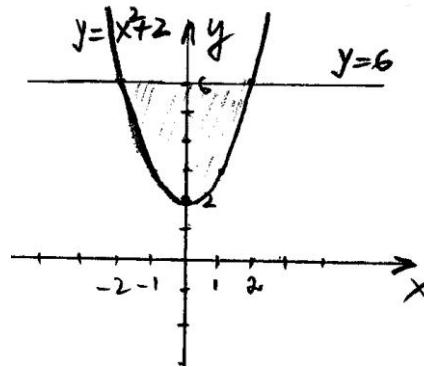
$$(t_{gj}): y = -2x + 5$$

24. 3 pikë

Skicojmë grafikët e funksioneve mbi të njëjtin sistem koordinativ:

$y = x^2 + 2$ parabolë me kulm $K(0;2)$

$y = 6$ drejtëz paralele me (OX)



Kufijtë e integrimit: $y = x^2 + 2$ dhe $y = 6 \Rightarrow x^2 + 2 = 6 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

$$S = \int_{-2}^2 [6 - (x^2 + 2)] dx = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_{-2}^2 = \left(8 - \frac{8}{3}\right) - \left(-8 + \frac{8}{3}\right) = \frac{32}{3} \text{ njësi katrorë.}$$

25. $\frac{3x}{2x-2} : \frac{2x}{x-1} = \frac{3x}{2x-2} \cdot \frac{(x-1)}{2x} = \frac{3 \cdot x \cdot (x-1)}{2 \cdot (x-1) \cdot 2x} = \frac{3}{4}$. 3 pikë