



PROVIMI I MATURËS SHTETËRORE 2017

SESIONI I

VARIANTI **A**

E enjte, 15 qershor 2017

Ora 10.00

Lënda: MATEMATIKË (GJIMNAZI)

ZGJIDHJE

1. Përgjigjet për pyetjet 1-13.

Pyetja	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Alternativa e sakte	A	D	D	C	A	C	D	A	B	C	B	A	B

2. Një mënyrë zgjidhje për pyetjet 14-25

14.

3 pikë

$$3^{x^2-5} = (3^2)^{2x}$$

$$3^{x^2-5} = 3^{4x} \Leftrightarrow x^2 - 5 = 4x \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$D = 36$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = -1$$

$$A = \{-1; 5\}$$

15. a) 3 pikë

Për të studiuar monotoninë e funksionit, studiojmë shenjën e derivatit të parë për cdo $x \in \mathbb{R}$.

$$f'(x) = 6 - 3x^2$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 6 - 3x^2 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 6 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x_1 = \sqrt{2}; x_2 = -\sqrt{2}$$

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘		↗		↘

Në intervalin $]-\infty; -\sqrt{2}[$ funksioni është zbritës

Në intervalin $]-\sqrt{2}; \sqrt{2}[$ funksioni është rritës

Në intervalin $]\sqrt{2}; +\infty[$ funksioni është zbritës

b) 2 pikë

Studiojmë shenjën e derivatit të dytë:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f''(x)$	+	0	-
$f(x)$	∪		∩

P inf

$$f''(x) = -6x$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow -6x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$f(0) = 0$$

Pika e infleksionit P(0;0)

16. 3 pikë

$$(t_{gj}) \perp (d) \Rightarrow k_{t_{gj}} \cdot k_d = -1 \quad \text{Por } k_d = 1 \Rightarrow k_{t_{gj}} \cdot 1 = -1$$

Pra, $k_{t_{gj}} = -1$. Ekuacioni i tangjentes ka trajtën: $y = -x + t$

Nga kushti i tangjencës së drejtëzës me elipsin kemi: $a^2 k^2 + b^2 = t^2 \Rightarrow t = \pm 5$

Ekuacionet e tangjenteve janë: $y = -x + 5$ dhe $y = -x - 5$

17. 3 pikë

Piramida e rregullt 4-këndore \Rightarrow ABCD katror

$SO \perp \text{pl}(ABCD)$ ku O-qendra e katrorit.

$SE \perp BC$ (ku SE apotema)

$SO \perp \text{pl}(ABCD) \Rightarrow SO \perp OE$

$OE - \text{proj} \perp$ i SE në pl(ABCD)

$SO \perp OE$ dhe $SE \perp BC$ nga teorema e 3 $\perp \Rightarrow OE \perp BC$

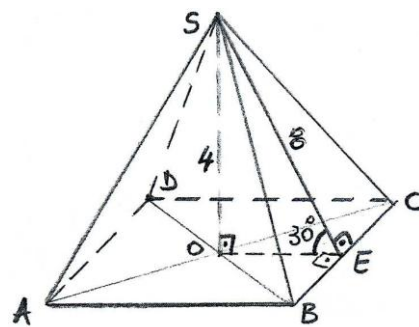
Nga ndërtimi $m(\widehat{SEO}) = 30^\circ$. Në trekëndëshin SOE, $OS = \frac{1}{2} SE$, $OS = 4 \text{ cm}$

Në Δ kënddrejtë SOE kemi: $OE = SE \cos 30^\circ = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$.

Në Δ ACB, $OE \perp BC \Rightarrow OE \parallel AB \Rightarrow E$ mesi i BC $\Rightarrow AB = 2 OE = 8\sqrt{3} \text{ cm}$.

$$S_b = (AB)^2 = (8\sqrt{3})^2 = 192 \text{ cm}^2$$

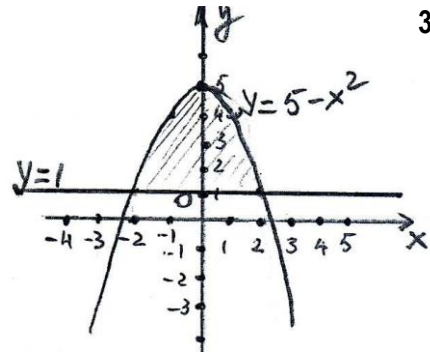
$$V = \frac{1}{3} S_b \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 192 \cdot 4 = 256 \text{ cm}^3$$



18.

3 pikë

Skicojmë grafikët e funksioneve mbi të njëjtin sistem koordinativ:
 $y = 5 - x^2$ parabolë me kulm $K(0;5)$
 $y=1$ drejtëz paralele me (OX)



Kufijtë e integrimit: $y=5-x^2$ dhe $y=1 \Rightarrow 5-x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 2$

$$S = \int_{-2}^2 (5-x^2-1)dx = \int_{-2}^2 (4-x^2)dx = \left(4x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_{-2}^2 = \left(8 - \frac{8}{3}\right) - \left(-8 + \frac{8}{3}\right) = \frac{32}{3} \text{ njësi katrore.}$$

19.

a)

1 pikë

$$\begin{aligned} y_5 &= y_1 + 4d \\ y_1 &= 20 \\ d &= -3 \Rightarrow y_5 = 8 \end{aligned}$$

b)

2 pikë

$$\begin{aligned} y_n &= y_1 + (n-1)d \Rightarrow y_n = 20 + (n-1) \cdot (-3) \\ y_n &= 23 - 3n \\ y_n < 0 &\Rightarrow 23 - 3n < 0 \Rightarrow n > \frac{23}{3} \approx 7.66 \Rightarrow n = 8 \end{aligned}$$

20.

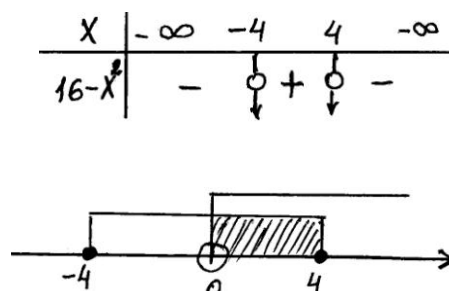
2 pikë

$$\begin{aligned} m_4 &= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = 12 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 48 \\ m_5 &= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = 16 \Rightarrow \frac{48 + x_5}{5} = 16 \Rightarrow 48 + x_5 = 80 \Rightarrow \\ x_5 &= 32 \text{ vjec} \end{aligned}$$

21.

3 pikë

$$\begin{aligned} E &= \{x \in \mathbb{R} / 16 - x^2 \geq 0 \text{ dhe } x > 0\} \\ K_1 : 16 - x^2 &\geq 0 \\ 16 - x^2 = 0 &\Rightarrow x = \pm 4 \\ E_1 &= [-4; 4] \\ K_2 : x > 0 &\Rightarrow E_2 =] 0; +\infty [\\ B.p : E &= E_1 \cap E_2 \\ E &=] 0, 4] \end{aligned}$$



22.

3 pikë

Që funksioni të jetë i vazhdueshëm në $x=2$, duhet të plotësohen njëherazi 3 kushte:

1) Të $\exists f(2): f(2) = 2A - 1$

2) Të $\exists \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ dmth $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} x^2 - 4 = 0; \lim_{x \rightarrow 2^+} Ax - 1 = 2A - 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 0 = 2A - 1 \Rightarrow A = \frac{1}{2}$

3) Duhet që $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Rightarrow 0 = 2A - 1 \Rightarrow A = \frac{1}{2}$

Përgjigje: Për $A = \frac{1}{2}$ funksioni është i vazhdueshëm në $x=2$

23.

a)

2 pikë

$(BC): \frac{x - x_B}{x_c - x_B} = \frac{y - y_B}{y_c - y_B}$

$(BC): \frac{x - 2}{-4 - 2} = \frac{y + 1}{1 + 1} \Rightarrow 2(x - 2) = -6(y + 1)$

$(BC): 2x - 4 = -6y - 6 \Rightarrow 2x + 6y + 2 = 0$ ose $x + 3y + 1 = 0$

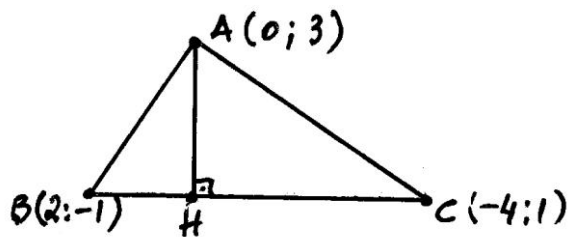
b)

3 pikë

$S_{ABC} = \frac{BC \cdot AH}{2}$

$BC = \sqrt{(x_c - x_B)^2 + (y_c - y_B)^2}$

$BC = 2\sqrt{10}$ njësi



AH është largesa e pikës $A(0;3)$ nga drejtëza $(BC): x + 3y + 1 = 0$

$AH = d = \frac{|1 \cdot 0 + 3 \cdot 3 + 1|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$ $AH = \sqrt{10}$ njësi

$S_{ABC} = \frac{2\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}}{2} = 10$ njësi katrore

24.

2 pikë

$$n(H) = 6 \cdot 6 = 36$$

$$n(A) = 15$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(H)} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

21 \ 22	1	2	3	4	5	6
1
2	⊙
3	.	.	.	⊙	⊙	⊙
4	.	.	⊙	⊙	⊙	⊙
5	.	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙
6	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙	⊙

25.

2 pikë

Në $\triangle ABC$ zbatohet Teoremi i sinusit.

$$\frac{AC}{\sin 60^\circ} = \frac{BC}{\sin x}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\sin x} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2} \cdot \sin 60^\circ}{\sqrt{3}}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 45^\circ$$

